

Université Libre de Bruxelles
École polytechnique de Bruxelles

Métrieologie Nucléaire : Travaux pratiques

Titulaire :
N. PAULY

Assistant :
M. CICCARELLI

Notes rédigées par J.C. Dehaes et N. Pauly

Table des matières

1	Chaîne de spectrométrie γ NaI(Tl)–PM	1
1.1	Principes	1
1.2	Le scintillateur NaI(Tl)	1
1.3	Le tube photomultiplicateur	4
1.4	Spectrométrie γ à l'aide d'un détecteur à scintillation	5
1.5	Expériences	6
1.5.1	Matériel	6
1.5.2	Spectres γ du Cs ¹³⁷ en fonction de la haute tension	7
1.5.3	Calibration en énergie	7
1.6	Spectres théoriques	8
2	Compteur Geiger-Müller	13
2.1	Introduction	13
2.2	Principes de fonctionnement	14
2.3	Partie expérimentale	14
3	Statistique de comptage	16
3.1	Préliminaires théoriques	16
3.1.1	La distribution de Poisson	16
3.1.2	La distribution des intervalles de temps	19
3.1.3	Processus de Poisson	20
3.2	Exercices	21
3.2.1	Loi de Poisson	21
3.2.2	Statistique de comptage	21
3.3	Partie expérimentale	21
3.3.1	L'installation expérimentale	22
3.3.2	Expérience	22
3.3.3	Dépouillement des résultats	22

4	Spectrométrie α	23
4.1	Introduction	23
4.2	Installation expérimentale	23
4.2.1	Source α	23
4.2.2	Détecteur α	25
4.2.3	Chaîne de montage	25
4.3	Calculs préliminaires	25
4.4	Expérience	26
4.4.1	Calibration en énergie	26
4.4.2	Interaction dans l'air	26
5	Spectrométrie γ	28
5.1	Principes	28
5.2	Pics « somme »	30
5.3	Exercices	31
5.3.1	Principe de la spectrométrie gamma	31
5.3.2	Pics « somme »	31
5.4	Expériences	33
6	Spectrométrie β	35
6.1	Introduction	35
6.2	Description succincte du matériel utilisé	35
6.3	Expérience	37
7	Activation neutronique	39
7.1	Introduction	39
7.2	Source de neutrons	39
7.3	Activation neutronique	42
7.4	Mesure de la durée de vie	42
8	Effet Compton	44
8.1	Introduction	44
8.2	Préliminaires	44
8.2.1	Absorption dans le diffuseur	45
8.2.2	Efficacité du détecteur	45
8.3	Expérience	46

9	Statistique de comptage - Temps mort	48
9.1	Introduction	48
9.2	Exercices	49
9.3	Expérience	49
10	Compteur proportionnel	51
10.1	Introduction	51
10.2	Multiplication électronique	52
10.3	Compteur proportionnel	53
10.4	Exercices	53
10.5	Expérience	54
11	Préamplificateur de charge	57
11.1	Introduction	57
11.2	Sources de bruit	59
11.2.1	Le bruit thermique	59
11.2.2	Le bruit de grenaille	60
11.3	Bruit d'un préamplificateur	60
11.4	Filtrage	61
11.5	Filtrage <i>RC-CR</i>	63
11.6	Réponse indicielle	63
11.7	Expérience	65
12	Analyse radioisotopique - Détecteur HPGe	66
12.1	Préparation	66
12.2	Matériel	66
12.2.1	Sources :	66
12.2.2	Détecteur HPGe	67
12.3	Manipulation	67
13	Annihilation électron-positron	70
13.1	Introduction	70
13.2	Conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement	70
13.3	Ordres de grandeur	72
13.4	Exercices	73
13.4.1	Annihilation dans un gaz d'électrons libres	73
13.4.2	Temps de résolution	73
13.5	Expérience	75

14 Détecteur CZT	76
14.1 Introduction	76
14.2 Caractéristiques du détecteur CZT utilisé	79
14.3 Exercices	79
14.4 Expérience	80
Appendices	82
A Matériel de laboratoire	83
B Figures	85

Chapitre 1

Chaîne de spectrométrie γ NaI(Tl)–PM

1.1 Principes

Le passage d'une particule ionisante dans le matériau scintillant produit des ionisations et des excitations (paires électron-ion ou électron-trou) dont le nombre N_i est environ proportionnel à l'énergie E_{abs} dissipée par la particule ionisante dans le scintillateur. Cela peut conduire à la création de *centres de luminescence* et donc à l'émission de lumière visible ou ultraviolette. Le nombre $N_{h\nu}$ de photons "lumineux" ainsi émis est approximativement proportionnel à l'énergie E_{abs} cédée par la particule au milieu scintillant

$$N_{h\nu} \propto N_i \propto E_{abs} \quad (1.1)$$

Les photons "lumineux" émis par les centres de luminescence sont collectés par le détecteur de lumière (P.M. ou photodiode) situé à l'extérieur du scintillateur.

1.2 Le scintillateur NaI(Tl)

L'iodure de sodium est un cristal isolant, les électrons occupent les états d'énergie jusqu'à la bande de valence et la bande de conduction est vide. L'absorption d'énergie dans le cristal peut amener un électron de la bande de valence dans la bande de conduction, une paire électron-trou est ainsi créée. On s'intéresse au processus de luminescence c'est-à-dire aux photons émis lors du retour des électrons dans la bande de valence.

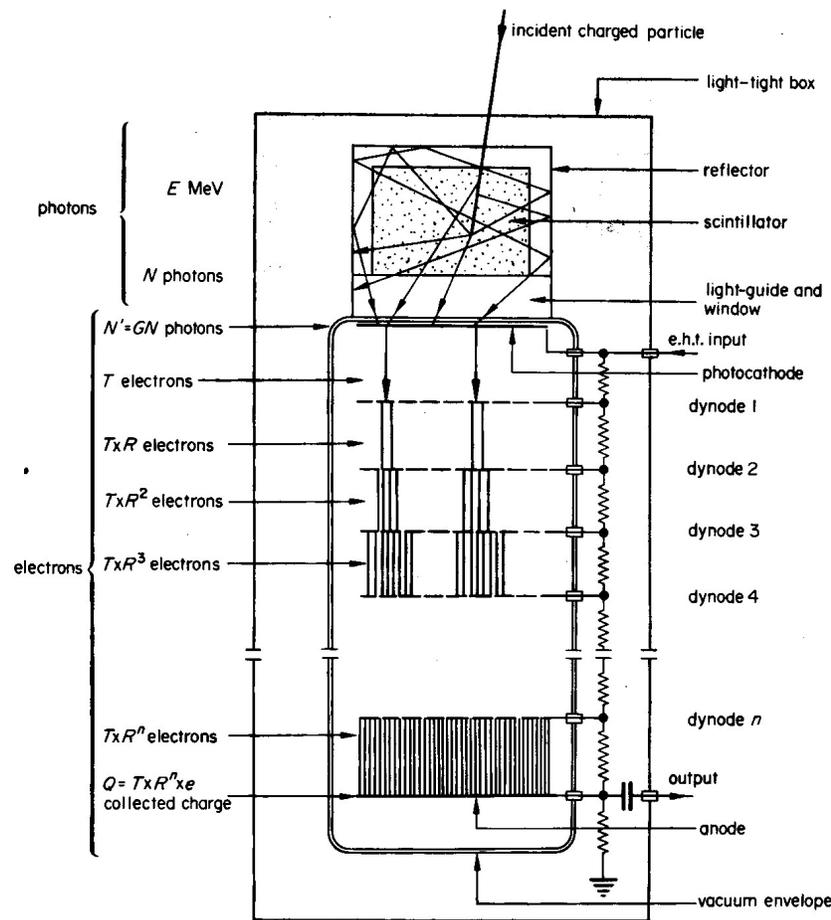


FIGURE 1.1 – Le tube photomultiplicateur (P.M.) couplé à un scintillateur.

Dans un cristal pur, la luminescence est un processus peu probable. De plus, l'énergie du photon émis qui est supérieure à la largeur de la bande interdite (≈ 4 à 6 eV) se situe en dehors du spectre visible où la plupart des détecteurs de lumière ont une sensibilité maximale.

Pour augmenter la probabilité d'émission d'un photon lumineux, on ajoute des impuretés au cristal. Ces impuretés créent dans le réseau cristallin des sites où la structure en bande est modifiée. En particulier, il apparaît des niveaux d'énergie discrets dans la bande interdite. La transition d'un électron entre ces niveaux donne lieu à l'émission d'un photon dont l'énergie est inférieure à la largeur de la bande interdite. Son énergie se situant maintenant dans le domaine visible, le photon peut

s'échapper du cristal et être aisément détecté. Lorsqu'on dope l'iodure de sodium avec des atomes de thallium à raison d'environ 10^{-3} , le spectre d'émission est centré autour de $\lambda \approx 415$ nm (3 eV).

En réalité, le processus d'absorption d'énergie suivi de l'émission d'un photon est plus complexe (transitions sans émission de lumière, formation possible d'un système lié électron-trou, appelé *exciton*, etc.).

Une particule chargée traversant le cristal crée un grand nombre de paires électron-trou. Pour qu'il y ait émission d'un photon par un atome de thallium, il faut essentiellement deux conditions : un trou *et* un électron doivent être capturés par cet atome. L'électron est capturé dans un état inoccupé du thallium proche de la bande de conduction et le trou dans la bande de valence est capturé par transition d'un électron du thallium vers cette bande. On a ainsi un atome de thallium excité avec un trou dans un état d'énergie inférieure, un tel état est appelé *centre de luminescence*. Il peut donc y avoir émission d'un photon. Cet état excité est formé soit par diffusion d'un exciton jusqu'à un atome de thallium, soit par diffusion tout à fait indépendante d'un électron et d'un trou vers un même atome de thallium.

Lorsqu'un centre de luminescence est formé, sa désexcitation peut être radiative, et il y a émission d'un photon, mais elle peut aussi être non radiative. Dans ce deuxième cas, aucun photon n'est émis. Il en résulte qu'une fraction seulement de l'énergie déposée dans le cristal par une particule ionisante est convertie en photons. Cette fraction est appelée *rendement absolu de scintillation*, le rendement du NaI(Tl) vaut environ 11%. Un électron de 1 MeV qui perd toute son énergie dans le cristal crée donc 38000 photons, en moyenne.

Pour que ces photons puissent être collectés par la photocathode d'un tube photomultiplicateur, il faut bien sûr qu'ils en sortent. Dans un cristal pur, les spectres d'émission et d'absorption sont fortement superposés. Il en résulte une autoabsorption des photons dans le cristal : le cristal est peu transparent à sa lumière de fluorescence. Dans un cristal dopé au thallium, le spectre d'absorption change peu car la concentration en thallium est faible, par contre le spectre d'émission est déplacé d'environ 1 eV vers les faibles énergies. Le cristal dopé est donc beaucoup plus transparent à sa lumière de fluorescence qu'un cristal pur.

Le plus souvent, un détecteur NaI(Tl) se présente sous la forme d'un cylindre dont une des bases est couplée optiquement à un photomultiplicateur. L'autre base et la surface latérale sont recouvertes d'un matériau diffuseur (MgO, Al₂O₃). Puisque l'émission de photons est isotrope, un photon peut subir un grand nombre de réflexions avant de quitter le cristal et pénétrer dans le photomultiplicateur. À cause de la valeur élevée de l'indice de réfraction du NaI ($n = 1.85$), une fraction des photons subit une réflexion totale à l'interface entre le cristal et le photomultiplicateur.

La distance moyenne parcourue par un photon dans le cristal avant d'en sortir est donc beaucoup plus grande que les dimensions du cristal. Il est donc essentiel que le cristal soit très transparent à sa lumière de fluorescence.

L'émission de photon n'est pas instantanée car l'état excité du thallium a une vie moyenne non nulle. L'intensité de la lumière de fluorescence décroît donc exponentiellement. La constante de temps mesurée vaut environ 250 ns.

Le plus souvent, le détecteur NaI(Tl) a une forme cylindrique de hauteur H et de diamètre D . Les fabricants donnent ces deux dimensions en pouces (1 inch = 2.54 cm) : $H \times D$.

1.3 Le tube photomultiplicateur

Un photomultiplicateur est à la fois un détecteur de photons lumineux et un amplificateur d'électrons. Couplé à un scintillateur, il permet de convertir, par effet photoélectrique dans la photocathode, l'impulsion de photons en une impulsion d'électrons, celle-ci étant ensuite amplifiée par un facteur 10^6 ou plus. Le photomultiplicateur délivre donc une charge dont l'amplitude est proportionnelle au nombre de photons incidents.

Il se présente sous la forme d'un tube en verre dans lequel on a fait le vide. Il est constitué d'un ensemble d'électrodes entre lesquelles on applique une différence de potentiel grâce à un diviseur résistif. Dans la brève description qui suit, le caractère aléatoire des processus n'est pas pris en compte.

1. *La photocathode* dans laquelle se produit l'effet photoélectrique. Un photon incident pénètre dans la photocathode et est absorbé en transférant son énergie à un électron. Le long de sa trajectoire, cet électron subit des collisions avec les électrons et les ions du milieu et peut finalement atteindre la surface et s'échapper. Pour s'échapper, il doit disposer d'une énergie suffisante pour vaincre la barrière de potentiel à la surface sinon il subit une réflexion. La probabilité d'émission d'un électron pour un photon incident est appelée *rendement quantique (effectif)* qui est noté η . Ce rendement dépend bien sûr de la longueur d'onde du photon et dans le meilleur des cas, il vaut environ 25%.
2. *Les dynodes* qui constituent l'amplificateur d'électrons. Les électrons quittant la photocathode sont accélérés puis collectés par la première dynode. En moyenne, chaque électron incident éjecte δ_1 électrons secondaires hors de celle-ci. Ces électrons sont ensuite accélérés vers la deuxième dynode hors de laquelle chacun d'entre eux éjecte δ_2 électrons secondaires. Ce processus se poursuit jusqu'à la dernière dynode. Le nombre d'électrons sortant de la photocathode est

ainsi multiplié par le facteur M

$$M = \delta_1 \delta_2 \cdots \delta_n \quad (1.2)$$

où n est le nombre de dynodes. Typiquement, l'énergie des électrons est de 100 eV et le gain δ est compris entre 3 et 5 et il varie de manière approximativement linéaire avec l'énergie des électrons. Pour un ensemble de 10 dynodes, on obtient ainsi un gain M de 10^5 au moins.

3. *L'anode* collecte les électrons de la dernière dynode et fournit le signal à mesurer.

Si N_{ph} photons arrivent à la fenêtre d'entrée du photomultiplicateur, une charge Q est collectée par l'anode

$$Q = -eN_{\text{ph}}\eta CM \quad (1.3)$$

Nous avons ajouté le facteur C pour tenir compte qu'une fraction seulement des électrons sortant de la photocathode sont collectés par la première dynode. En effet, ce processus de collection est assez critique car les dimensions de la photocathode, adaptées aux dimensions du cristal NaI, sont le plus souvent plus grandes que celles de la première dynode qui sont adaptées aux dynodes suivantes pour assurer un gain optimal du photomultiplicateur.

1.4 Spectrométrie γ à l'aide d'un détecteur à scintillation

Si la réponse du scintillateur est linéaire, le nombre moyen de photons lumineux incidents sur la photocathode est proportionnel à l'énergie moyenne déposée dans le cristal par le gamma (le mot photon gamma ou plus simplement gamma signifie photon d'origine nucléaire ou atomique dont l'énergie est suffisante pour créer des ionisations dans le milieu détecteur). Si le photon gamma dépose toute son énergie dans le détecteur, le nombre de photons lumineux est une mesure de l'énergie du γ . Puisque le photon γ n'est pas une particule directement ionisante, la manière dont il dépose une partie ou la totalité de son énergie est un processus complexe.

Mais le principe même de la spectrométrie γ repose sur un principe très simple :

1. un photon d'énergie E_γ pénètre dans le détecteur et y dépose, directement et indirectement, une énergie E_{abs} ,
2. la différence $E_{\text{esc}} = E_\gamma - E_{\text{abs}}$ quitte le détecteur,
3. le signal délivré par le détecteur est approximativement proportionnel à E_{abs} .

On appelle *spectre γ* l'histogramme des amplitudes des signaux délivrés par le détecteur. Cet histogramme représente donc aussi celui des énergies E_{abs} déposées par les photons γ .

Ainsi un spectre gamma (pour une source monoénergétique de γ) contient généralement plusieurs composantes :

1. Un pic principal qui correspond à l'absorption de toute l'énergie des γ dans le détecteur. Ce pic est appelé *pic d'absorption totale*.
2. Une distribution plus ou moins uniforme qui résulte de l'absorption partielle de l'énergie des γ (*palier Compton*).
3. Plusieurs contributions secondaires (rayonnements secondaires créés à proximité de la source, interaction des γ émis par la source avec le blindage, etc.)

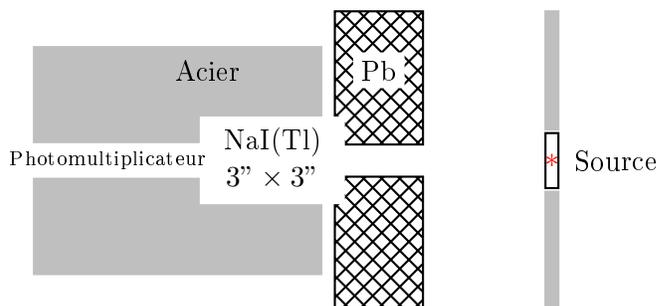
Un spectre γ n'est pas la distribution des énergies des γ , c'est la distribution des énergies déposées dans le détecteur.

En pratique, il est rare de disposer d'une source monoénergétique. Les interactions des différentes composantes peuvent être complexes.

1.5 Expériences

1.5.1 Matériel

- Détecteur NaI(Tl) 3" \times 3" couplé à un photomultiplicateur placés dans un blindage en acier derrière un collimateur en plomb.
- Alimentation haute tension du tube photomultiplicateur (ne pas dépasser 1100 V).
- Préamplificateur et amplificateur.
- Convertisseur analogique-digital et analyseur multicanaux (carte multicanaux et PC).



1.5.2 Spectres γ du Cs^{137} en fonction de la haute tension

1. Relevez le schéma de la chaîne de spectrométrie γ et expliquez succinctement le rôle de chacun de ses éléments.
2. Relevez les spectres entre 400 V et 1100 V par pas de 100 V. Notez la position P des pics d'absorption totale ainsi que leur largeur à mi-hauteur Γ . Réglez le gain de l'amplificateur de manière à pouvoir mesurer ces grandeurs avec la meilleure précision (n'oubliez pas de noter le gain choisi pour chaque mesure). Déterminez les valeurs de P et de Γ après normalisation à une même valeur du gain de l'amplificateur. Estimez l'incertitude sur les valeurs de P et de Γ .
3. Tracez les graphiques des positions P et de $(\Gamma/P)^2$ en fonction de la haute tension U . Indiquez les barres d'incertitude.
4. Estimez le nombre de dynodes à partir de la courbe donnant P en fonction de U .
5. Comment varie le rapport $(\Gamma/P)^2$ avec U ? Concluez.

1.5.3 Calibration en énergie

1. Pour une haute tension de 800 V, relevez les spectres des sources suivantes : Cs^{137} , Na^{22} , Co^{60} et Ba^{133} . Notez les positions des pics d'absorption totale ainsi que les positions des seuils Compton.
2. Vérifiez la relation linéaire entre P et E_γ .
3. Comparez l'énergie des seuils Compton aux prédictions théoriques.

1.6 Spectres théoriques

On considère un détecteur NaI(Tl) sphérique de rayon R au centre duquel il y a une source qui émet des γ de 662 keV.

La méthode Monte Carlo permet de simuler assez facilement les interactions dans la matière pour obtenir l'énergie qu'un photon dépose dans un milieu. Les figures suivantes donnent les distributions des énergies E_{abs} en fonction du rayon du détecteur pour 10^6 photons γ émis par la source.

Commentez ces figures.

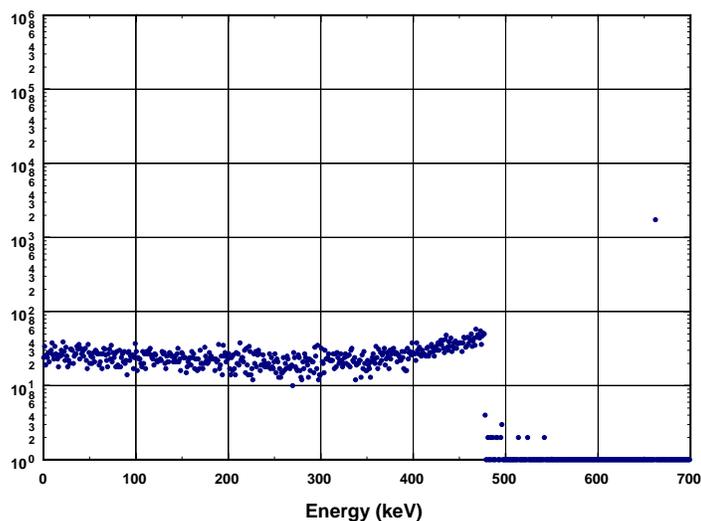


FIGURE 1.2 – Rayon du détecteur : $R = 0.5$ mm.

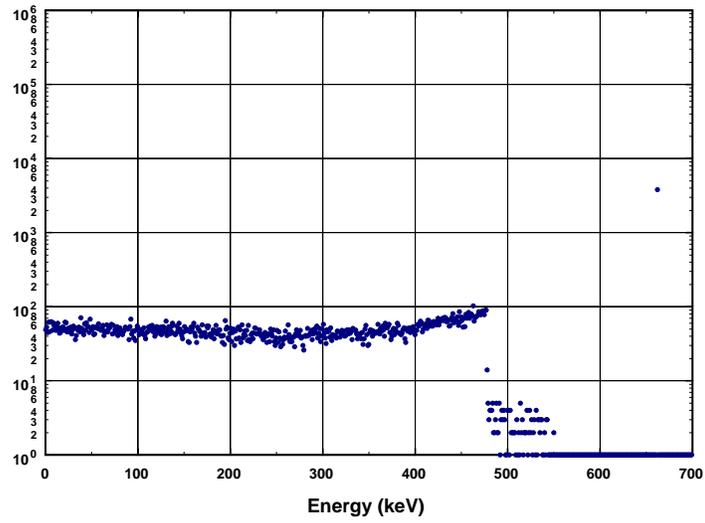


FIGURE 1.3 – Rayon du détecteur : $R = 1$ mm.

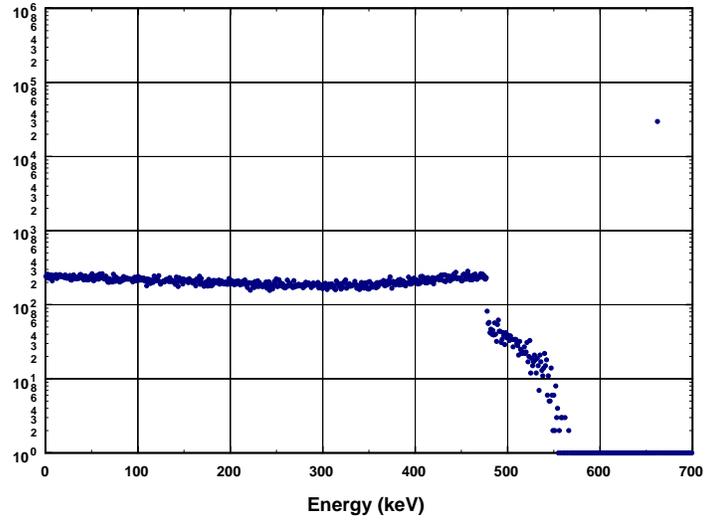


FIGURE 1.4 – Rayon du détecteur : $R = 5$ mm.

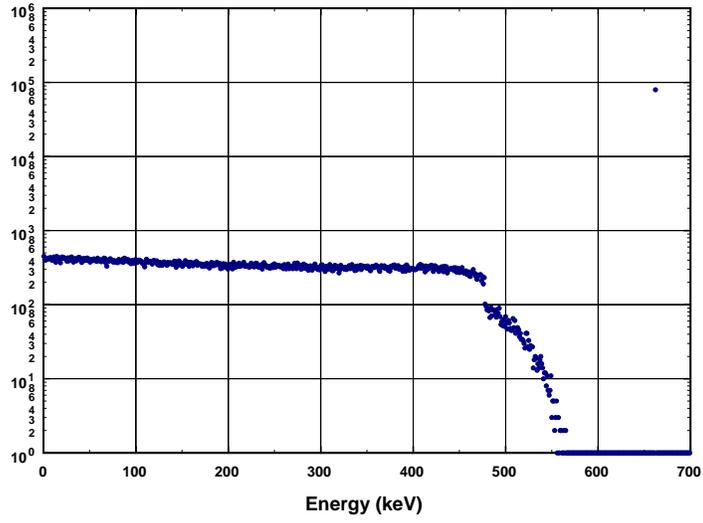


FIGURE 1.5 – Rayon du détecteur : $R = 10$ mm.

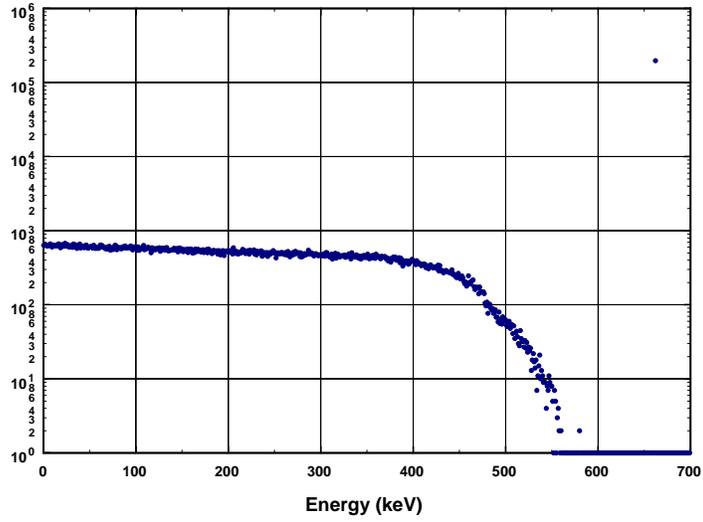


FIGURE 1.6 – Rayon du détecteur : $R = 20$ mm.

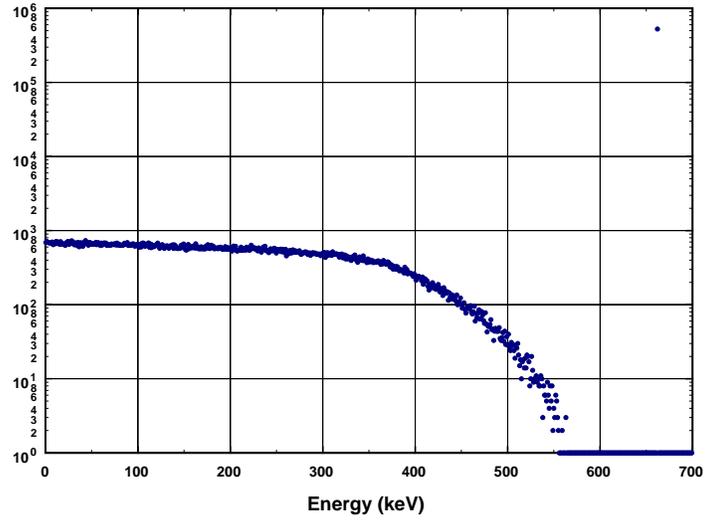


FIGURE 1.7 – Rayon du détecteur : $R = 50$ mm.

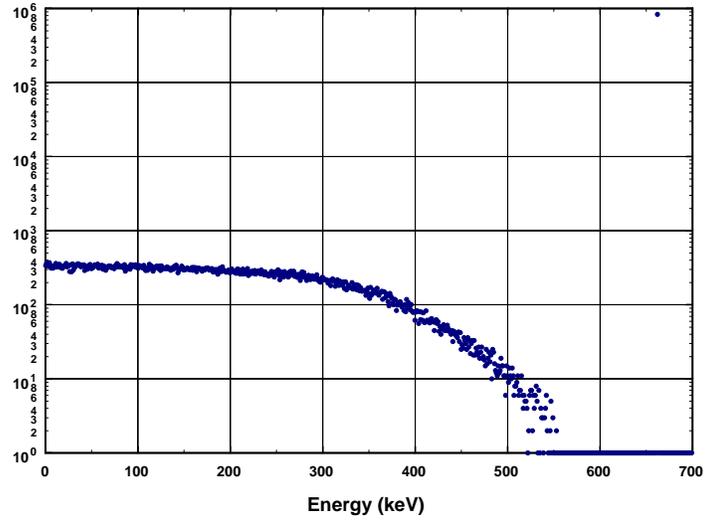


FIGURE 1.8 – Rayon du détecteur : $R = 100$ mm.

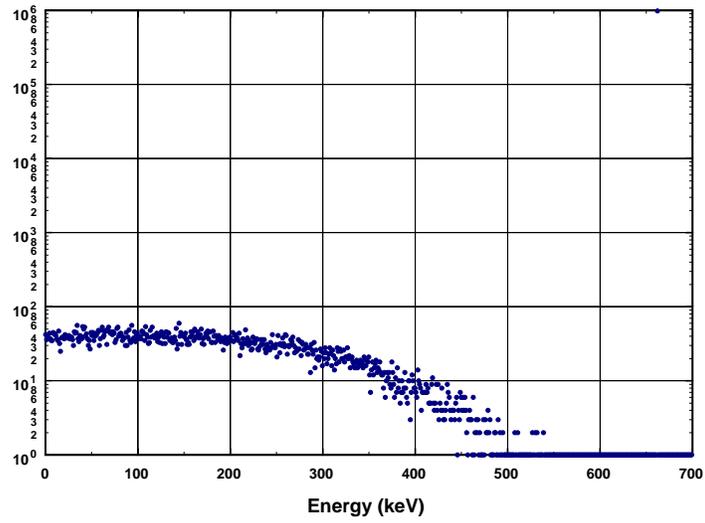


FIGURE 1.9 – Rayon du détecteur : $R = 200$ mm.

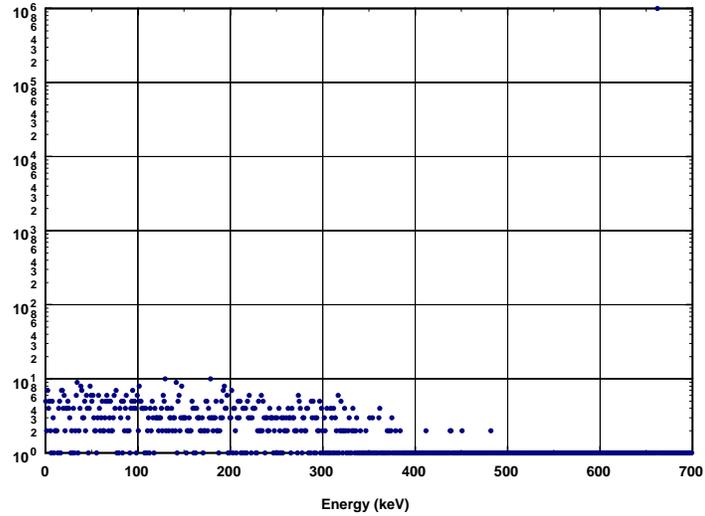


FIGURE 1.10 – Rayon du détecteur : $R = 300$ mm.

Chapitre 2

Compteur Geiger-Müller

2.1 Introduction

Le compteur Geiger-Müller (GM) peut être considéré comme un appareil de mesure assez universel permettant la détection des rayonnements α , β et γ , avec des rendements de détection très différents d'un type de rayonnement à l'autre.

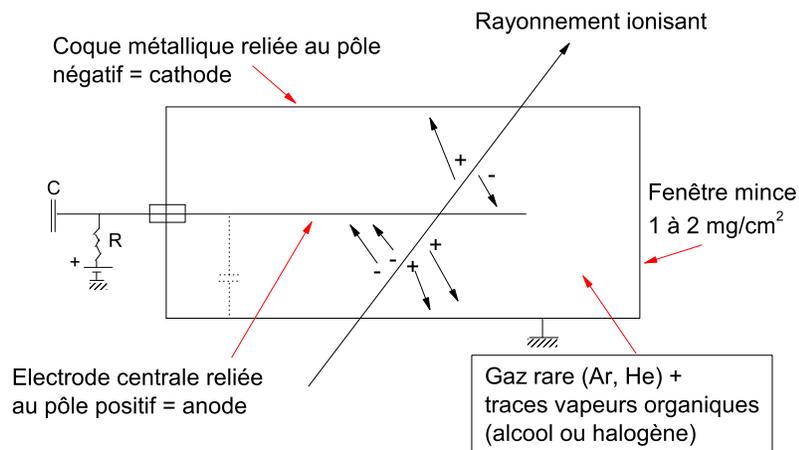


FIGURE 2.1 – Schéma d'un GM

2.2 Principes de fonctionnement

L'enceinte du GM est constituée de 2 électrodes entre lesquelles est appliquée une différence de potentiel et contenant un gaz ionisable. La fenêtre de comptage est aussi mince que possible (de 1 à 2 mg/cm²).

L'interaction entre le rayonnement incident et le gaz provoque la libération d'un grand nombre de paire d'ions :

- les électrons migrent vers l'anode,
- atomes de gaz ionisés + migrent vers la cathode.

Les électrons chargent une capacité qui se décharge dans une résistance → impulsion dont l'amplitude dépend de la différence de potentiel appliquée. L'amplitude de l'impulsion électrique est indépendante de l'énergie cinétique de la particule détectée.

Le phénomène d'avalanche débute à partir d'un seuil de tension; on observe une montée rapide du taux de comptage jusqu'à une zone de fonctionnement où les fluctuations de tension n'auront qu'une faible incidence sur le taux de comptage = plateau du GM. Seuil de Geiger = seuil de tension au-dessus duquel chaque ionisation primaire provoque des avalanches d'ionisations multipliées en chaîne (= régime de Müller).

On a donc

- pendant un temps très bref, ionisation totale du gaz (= ionisation secondaire),
- le détecteur délivre le nombre maximum d'électrons qu'il est capable d'émettre, quelle que soit l'énergie cinétique de la particule incidente,
- spectrométrie impossible, seulement comptage des particules.

En résumé : Rayonnement ionisant → ionisation des molécules de gaz rare → désexcitation → absorption de l'énergie de désexcitation par molécules de gaz organique → avalanche par multiplications successives des électrons.

2.3 Partie expérimentale

Les 2 parties de la manipulation s'effectuent avec une source β pure.

1. Déterminez graphiquement la tension optimale de fonctionnement du tube GM. ATTENTION : Ne pas dépasser 700 V!!!
2. Etablissez la courbe d'absorption de la source sur base de la tension de fonctionnement déterminée au point 1. Erreur de maximum 5% sur le taux de comptage.

Discutez les points suivants :

- L'épaisseur des absorbants est exprimée en mg/cm^2 ; pourquoi ?
- Quelle est l'énergie maximum (détermination graphique) ?
- Quelle est la particularité de la source utilisée ?
- Quelle est la particularité de la source utilisée ?
- ue peut-on conclure quant au blindage à utiliser avec ce type de source ?
Pourquoi ?

Chapitre 3

Statistique de comptage

3.1 Préliminaires théoriques

L'émission de rayonnements par une source radioactive est un processus aléatoire. En particulier, le nombre de noyaux qui se désintègrent dans un intervalle de temps T est une variable aléatoire. Il en résulte que le nombre de rayonnements émis par la source et donc aussi le nombre de rayonnements détectés par un détecteur sont des variables aléatoires.

La *statistique de comptage* est l'ensemble des techniques statistiques à mettre en oeuvre pour caractériser les résultats des expériences de comptage d'événements nucléaires. On peut alors, à partir de ces résultats expérimentaux, estimer la ou les grandeurs physiques que l'on souhaite mesurer. Cette estimation consiste à fournir *à la fois* la valeur de la grandeur physique et l'incertitude sur celle-ci.

Le but de cette séance est de montrer que le nombre d'événements nucléaires enregistrés par un détecteur dans un intervalle de temps T est une variable de Poisson.

3.1.1 La distribution de Poisson

La distribution de Poisson décrit *tous les processus aléatoires dont la probabilité d'occurrence est faible et constante*. Son domaine d'application est donc vaste et diversifié : émission de photons lumineux par des atomes excités, production de

bulles le long de la trajectoire d'une particule ionisante dans une chambre à bulle et bien sûr la plupart des observations faites en physique nucléaire.

La distribution de Poisson est un cas limite de la distribution binomiale qui donne la probabilité d'observer x occurrences d'un événement lors de z essais indépendants

$$P_x = \frac{z!}{x!(z-x)!} p^x (1-p)^{z-x} \quad (3.1)$$

où p est la probabilité qu'un événement se produise lors d'un seul essai. Ici la variable aléatoire X est le nombre d'événements et $P_x = P(X = x)$ est la probabilité d'observer la valeur x de la variable aléatoire X . On obtient aisément la valeur moyenne m et la variance σ^2 de la variable aléatoire binomiale

$$m = zp \quad (3.2)$$

$$\sigma^2 = zp(1-p) \quad (3.3)$$

Lorsque p tend vers 0 et z vers l'infini tout en maintenant le produit $zp = m$ constant, on obtient la distribution de Poisson

$$P_x = \frac{m^x}{x!} e^{-m} \quad (3.4)$$

La variance est égale à la valeur moyenne : $\sigma^2 = m$.

On peut aussi obtenir la distribution de Poisson directement à partir des propriétés du processus aléatoire. En termes de désintégration nucléaire, ce processus doit satisfaire aux conditions suivantes.

1. La probabilité de désintégration d'un atome dans n'importe quel intervalle de temps est la même pour tous les atomes (les atomes sont identiques).
2. La désintégration d'un atome dans un intervalle de temps particulier n'influence pas la désintégration des autres atomes (les atomes sont indépendants).
3. La probabilité de désintégration d'un atome dans un intervalle de temps donné est la même pour tous les intervalles de temps de même durée (la vie moyenne de l'atome est longue comparée à la durée de l'observation).
4. Le nombre total d'atomes est élevé.

Soit a le nombre moyen de désintégrations par unité de temps ou, d'une manière plus générale, le nombre d'événements par unité de temps. En vertu des hypothèses, a est constant. Si on choisit un intervalle de temps suffisamment petit, on ne pourra observer que zéro ou une désintégration dans cet intervalle. On peut donc écrire la probabilité d'observer une désintégration dans l'intervalle dt

$$P_1(dt) = a dt \quad (3.5)$$

ainsi que celle de ne pas en observer dans le même intervalle dt

$$P_0(dt) = 1 - P_1(dt) = 1 - a dt \quad (3.6)$$

Ces deux probabilités ne dépendent pas du temps t , elles sont les mêmes pour tous les intervalles $[t, t + dt]$ de même durée dt .

Puisque les désintégrations dans deux intervalles de temps non superposés sont des événements indépendants, on peut écrire

$$P_0(t + dt) = P_0(t)P_0(dt) \quad (3.7)$$

qui, combiné avec la relation (3.6), fournit l'équation différentielle

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -aP_0(t) \quad (3.8)$$

Avec la condition initiale $P_0(0) = 1$, on trouve

$$P_0(t) = e^{-at} \quad (3.9)$$

Généralisons ce résultat en calculant la probabilité $P_x(t)$ d'observer exactement x désintégrations dans l'intervalle de temps t . On peut écrire

$$P_x(t + dt) = P_x(t)P_0(dt) + P_{x-1}(t)P_1(dt) \quad (3.10)$$

qui donne l'équation différentielle

$$\frac{dP_x(t)}{dt} = -aP_x(t) + aP_{x-1}(t) \quad (3.11)$$

On peut résoudre cette équation en appliquant la transformée de Laplace aux deux membres pour obtenir finalement

$$P_x(t) = \frac{(at)^x}{x!} e^{-at} \quad (3.12)$$

On retrouve ainsi l'expression (3.4) avec $m = at$, où m le nombre moyen de désintégration dans l'intervalle de temps $[0, t]$.

Il est important de noter que $P_x(t)$ est la probabilité d'observer x désintégrations dans l'intervalle de temps $[0, t]$. Le temps est donc un simple paramètre fixé et non une variable aléatoire. Pour cette raison, nous le noterons par la lettre majuscule T .

La probabilité d'observer exactement x désintégrations dans un intervalle de temps de durée T est donnée par la loi de Poisson

$$P_x(T) = \frac{(aT)^x}{x!} e^{-aT} \quad (3.13)$$

où a est le nombre moyen de désintégrations par unité de temps.

3.1.2 La distribution des intervalles de temps

On peut adopter un autre point de vue et s'intéresser à la distribution des intervalles de temps entre deux désintégrations.

Puisque e^{-at} est la probabilité de n'observer aucune désintégration dans l'intervalle $[0, t]$ et que adt est la probabilité d'en observer une dans l'intervalle dt , la probabilité d'observer la première désintégration dans l'intervalle $[t, t + dt]$ s'écrit

$$f_1(t)dt = e^{-at} adt \quad (3.14)$$

En vertu des hypothèses, $f_1(t)$ représente aussi la densité de probabilité de la variable aléatoire t qui est le temps qui sépare deux désintégrations successives.

Calculons maintenant la densité de probabilité $f_k(t)$ de l'intervalle de temps t entre une désintégration quelconque et la $k^{\text{ème}}$ suivante. On peut procéder de plusieurs façons, une des plus simples consiste à calculer d'abord la fonction de distribution cumulative

$$F_k(t) = \int_0^t f_k(t') dt' \quad (3.15)$$

qui donne la probabilité d'observer k désintégrations dans un intervalle de temps dont la durée est inférieure à t . D'après nos hypothèses, il s'agit aussi de la probabilité d'observer au moins k désintégrations dans l'intervalle de temps $[0, t]$. Cette probabilité peut donc s'écrire

$$F_k(t) = 1 - \sum_{x=0}^{k-1} \frac{(at)^x}{x!} e^{-at} \quad (3.16)$$

On peut montrer, par induction, que

$$\sum_{x=0}^{k-1} \frac{(at)^x}{x!} e^{-at} = \int_{at}^{\infty} \frac{z^{k-1}}{(k-1)!} e^{-z} dz \quad (3.17)$$

On en déduit

$$F_k(t) = \int_0^t \frac{a^k z^{k-1}}{(k-1)!} e^{-az} dz \quad (3.18)$$

On trouve ainsi la densité de probabilité cherchée ^a

$$f_k(t)dt = \frac{(at)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-at} a dt \quad (3.19)$$

qui est donc le produit de la probabilité d'observer $(k-1)$ désintégrations dans l'intervalle $[0, t]$ par la probabilité d'observer une désintégration dans l'intervalle de temps dt .

a. Il s'agit de la distribution d'Erlang qui est une forme particulière de la distribution Gamma. A.K. Erlang était un ingénieur Danois qui s'est intéressé à la théorie des files. Il a publié plusieurs articles en 1917–1918.

On montre facilement la relation suivante

$$\langle t^l \rangle = \frac{(k+l-1)!}{(k-1)!} \tau^l \quad (3.20)$$

où $\tau = 1/a$. On en déduit la durée moyenne de l'intervalle de temps et son écart type

$$\langle t \rangle_k = \frac{k}{a} = k\tau \quad \sigma(t)_k = \sqrt{k}\tau \quad (3.21)$$

τ est donc l'intervalle de temps moyen entre deux désintégrations successives.

3.1.3 Processus de Poisson

Les désintégrations radioactives constituent une série d'événements « instantanés » qui se distinguent par leur position sur l'axe des temps. Cette succession est appelée « processus ponctuel » et le processus ponctuel de Poisson est un cas particulier très important.

Ce dernier est caractérisé par un nombre positif a qui est la densité constante des événements. Cette grandeur n'est pas une mesure, mais un paramètre physique. Nous avons montré qu'un processus ponctuel présente deux aspects : le nombre d'événements dans un intervalle de temps fixe et l'intervalle de temps entre deux événements séparés par un nombre fixe d'événements.

3.2 Exercices

3.2.1 Loi de Poisson

La loi de Poisson jouit d'un certain nombre de propriétés particulières à la fois simples et très commodes.

1. On considère deux processus de Poisson indépendants, montrer que le processus résultant est aussi un processus de Poisson.
2. Dans l'expression (3.13), x est le nombre de désintégrations dans l'intervalle de temps T . Un détecteur ne mesure qu'une fraction $\epsilon < 1$ de ces désintégrations. Montrer que le nombre de désintégrations mesurées est aussi une variable aléatoire de Poisson.

3.2.2 Statistique de comptage

3. Un compteur enregistre 1000 impulsions dans un intervalle de 5 minutes. Calculez
 - le taux de comptage et son écart type, exprimés en coups par minute ;
 - la durée de la mesure pour estimer le taux de comptage avec un écart type relatif inférieur à 1%.
4. Une source radioactive de longue demi-vie est placée devant un compteur pendant 10 minutes et 1426 coups sont enregistrés. Sans source, le compteur enregistre 2561 coups pendant 90 minutes. On demande
 - d'estimer le taux de comptage et son écart type ;
 - d'estimer l'activité de la source ainsi son écart type si l'efficacité du compteur vaut 30 %.

3.3 Partie expérimentale

Pour vérifier la loi de Poisson, on peut procéder de deux manières.

1. Mesurer un grand nombre de fois le nombre de désintégrations dans des intervalles de temps de même durée et comparer l'histogramme du nombre de désintégrations à la loi de Poisson (3.13).
2. Mesurer la distribution des intervalles de temps pour différentes valeurs de k et les comparer à l'expression (3.19).

3.3.1 L'installation expérimentale

Ses composantes essentielles sont

- Une chaîne de comptage : source Cs^{137} , détecteur à scintillation, photomultiplicateur, préamplificateur, amplificateur, discriminateur à voie, échelle de comptage avec son horloge.
- Un circuit électronique qui sélectionne dans le train d'impulsions sortant du discriminateur une impulsion et la $k^{\text{ème}}$ suivante.
- Le même circuit fournit à la carte multicanaux installée dans un PC les impulsions nécessaires pour le relevé de la distribution des intervalles.
- Un autre circuit permet la mesure de l'histogramme du nombre d'impulsions qui apparaissent dans un intervalle de temps de durée T .

On trouve donc dans la mémoire de l'analyseur multicanaux (carte multicanaux et PC) la distribution des intervalles de temps ou l'histogramme du nombre d'impulsions.

3.3.2 Expérience

Le processus de Poisson est le train d'impulsions délivrées par le discriminateur de la chaîne de comptage.

1. Relevez le schéma de l'installation et décrivez ses principaux éléments.
2. Mesurez la valeur de a à l'aide de l'échelle de comptage : au moins 10 comptages pendant 100 s chacun. Estimez a et son incertitude.
3. Relevez les distributions $f_k(t)$ pour $k = 1, 3, 5, 7$ en notant chaque fois la position t_{max} du maximum.
4. Relevez cinq histogrammes $P_x(T)$ correspondant à des fréquences de 100, 500, 1000 et 2000 Hz.

3.3.3 Dépouillement des résultats

1. Tracez t_{max} en fonction de k et donnez la valeur de a .
2. Tracez $f_k(t)$ et $f_k(t)/t^{k-1}$ en fonction de t et comparez ces résultats avec l'expression (3.19). Donnez la valeur de a .
3. Tracez $P_x(T)$ en fonction de x et comparez ces histogrammes avec l'expression (3.13). Donnez la valeur de a . Comparez avec une expression Gaussienne.
4. Concluez.

Chapitre 4

Spectrométrie α

4.1 Introduction

Ernest Rutherford découvrit la structure de l'atome en étudiant l'interaction des particules α dans la matière. La particule α est le noyau de l'atome d'hélium constitué de 2 protons et de deux neutrons. Sa masse vaut environ 8000 fois celle d'un électron. Sa trajectoire dans la matière est approximativement rectiligne.

Le but de l'expérience est l'étude des principales caractéristiques de l'interaction d'une particule chargée dans la matière :

- la perte d'énergie en fonction de l'épaisseur de matière traversée ;
- les fluctuations de ces pertes d'énergie ;
- le pouvoir d'arrêt ;
- la courbe de transmission.

4.2 Installation expérimentale

4.2.1 Source α

Il s'agit d'une source Am_{95}^{241} dont la demi-vie vaut 432.2 ans et qui émet principalement 5 α : 5388.23 keV (1.6%), 5442.80 keV (13.0%), 5485.56 keV (84.5%), 5511.47 keV (0.22%) et 5544.5 keV (0.34%).

Retrouvez les valeurs des énergies des particules α à partir du schéma de désintégration de l' Am_{95}^{241} ci-joint.

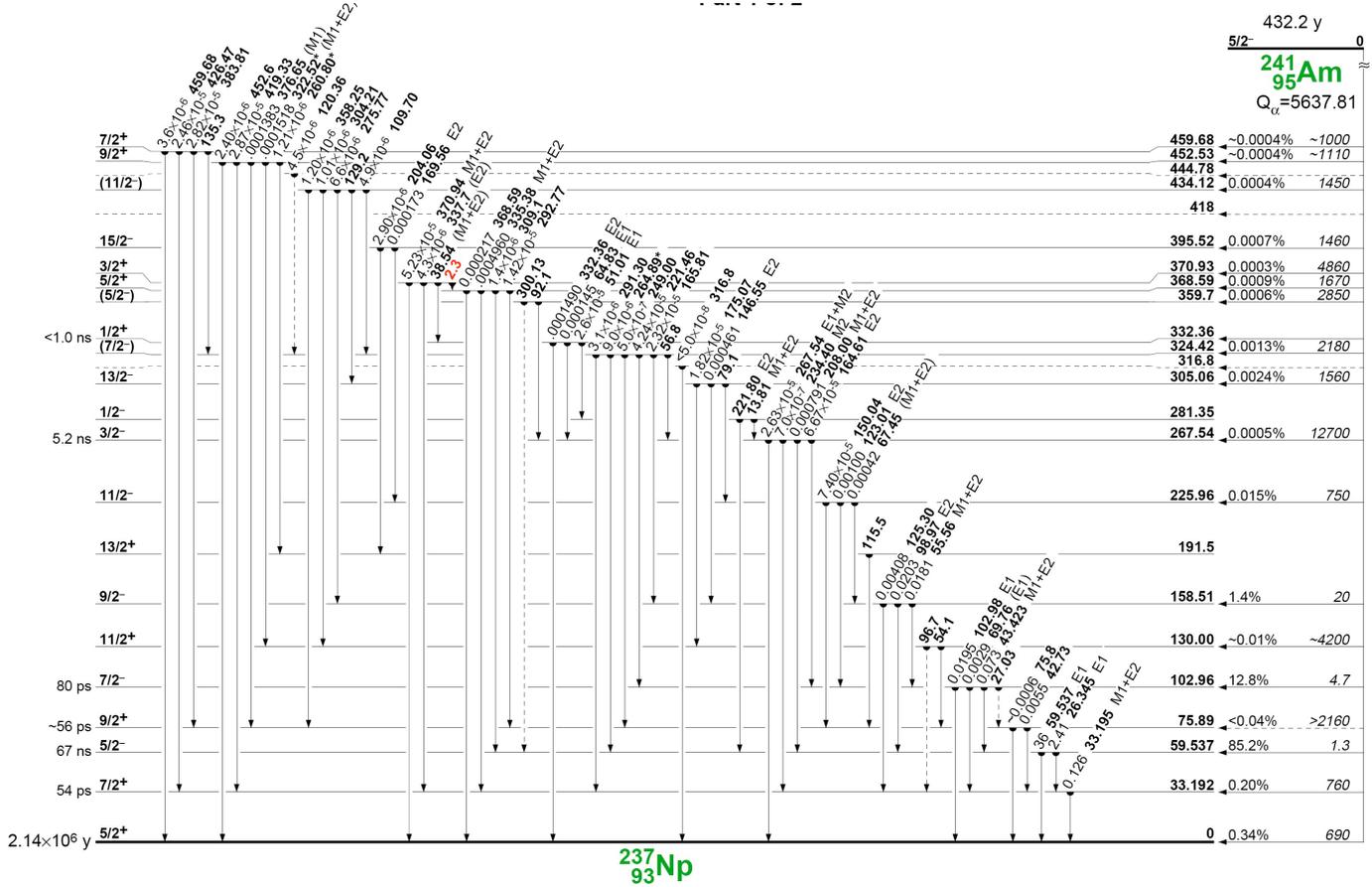


FIGURE 4.1 – Schéma de désintégration α du noyau Am^{241}_{95} .

4.2.2 Détecteur α

Pour la spectrométrie α , on utilise le plus souvent un détecteur semi-conducteur en silicium. Il se présente sous la forme d'un disque circulaire mince en silicium dont les contacts de surface forment une jonction p-n. Ces contacts sont obtenus soit par dépôt d'une mince couche métallique (détecteur à barrière de surface) soit par implantation d'ions (détecteur PIPS, c'est-à-dire « Passivated Implanted Planar Silicon detector »). La fenêtre d'entrée des détecteurs PIPS est très mince (< 500 de silicium), les particules α perdent donc très peu d'énergie avant de pénétrer dans la zone sensible du détecteur.

Le détecteur du laboratoire a les caractéristiques suivantes :

- surface : 400 mm^2 ;
- épaisseur : $100 \text{ }\mu\text{m}$;
- résolution en énergie : 15 keV ;
- polarisation de la diode : 170 V .

4.2.3 Chaîne de montage

La source et le détecteur sont placés dans une enceinte dans laquelle on peut faire le vide et admettre un gaz. Il y a une distance de 5 cm entre la source et le détecteur. Un manomètre permet la mesure de la pression dans l'enceinte.

La chaîne de spectrométrie est constituée d'un préamplificateur de charge, d'un amplificateur, d'un convertisseur analogique-numérique connecté à une carte multi-canaux installée dans le PC.

À l'aide de cette installation, on peut donc mesurer le spectre en énergie des particules α en fonction de la pression d'air dans l'enceinte.

4.3 Calculs préliminaires

1. Établissez la relation entre la pression d'air et la densité surfacique massique correspondant à 5 cm d'air. L'air sec, de masse volumique $1.20479 \text{ kg m}^{-3}$, est constitué d'un mélange d'atomes de fraction massique : C (0.000124), N (0.755267), O (0.231781) et Ar (0.012827).
2. À partir des pouvoirs d'arrêt tabulés, calculez l'énergie des particules α en fonction de la pression. Faites un graphique. Estimez la pression correspondant au parcours maximum des particules α .
3. Calculez le rendement de détection.

4.4 Expérience

4.4.1 Calibration en énergie

Dans la gamme d'énergie qui nous intéresse, on peut considérer que la réponse du détecteur est linéaire : la charge collectée et donc aussi la charge injectée dans le préamplificateur (PA) est proportionnelle à l'énergie des particules α .

Pour déterminer la courbe de calibration, il suffit donc de mesurer la position du pic en fonction de la charge injectée dans le PA. On réalise cette mesure à l'aide d'un générateur d'impulsions de haute précision.

1. Relevez le spectre α sans air dans l'enceinte. Notez les positions des pics principaux du spectre ainsi que la largeur à mi-hauteur Γ_0 du pic à 5486 keV.
2. À l'aide du générateur d'impulsion, mesurez la position du pic et sa largeur à mi-hauteur Γ_e en fonction de la charge injectée.
3. Déterminez l'équation donnant l'énergie en fonction de la position du pic en se basant sur la position du pic à 5486 keV et sur la courbe obtenue à l'aide du générateur.

4.4.2 Interaction dans l'air

1. Relevez les spectres α en fonction de la pression. Notez la position P , la hauteur h et la largeur à mi-hauteur Γ_t du pic principal, ainsi que la surface totale S des différents pics. Tracez l'allure de chaque spectre.
2. Portez en graphique la surface S , l'énergie cinétique T et $\Gamma_\alpha^2 = \Gamma_t^2 - \Gamma_0^2$ en fonction de la pression.
3. Déduisez le parcours maximum des particules α dans l'air à pression atmosphérique.

Énergie (keV)	$\beta = v/c$	S/ρ (MeV cm ² /g)	CSDA mg/cm ⁻²
100	0.007325	1018	0.1665
125	0.008189	1140	0.1894
150	0.008971	1247	0.2101
175	0.009690	1343	0.2293
200	0.010359	1429	0.2472
225	0.010987	1506	0.2642
250	0.011581	1575	0.2803
275	0.012147	1637	0.2958
300	0.012687	1693	0.3108
350	0.013703	1787	0.3394
400	0.014649	1861	0.3667
450	0.015537	1918	0.3931
500	0.016378	1961	0.4188
550	0.017177	1990	0.4441
600	0.017941	2008	0.4690
650	0.018673	2017	0.4938
700	0.019378	2019	0.5186
750	0.020058	2013	0.5433
800	0.020715	2002	0.5682
850	0.021352	1987	0.5932
900	0.021971	1968	0.6185
950	0.022573	1946	0.6440
1000	0.023159	1922	0.6698
1250	0.025892	1774	0.8049
1500	0.028361	1625	0.9520
1750	0.030632	1494	1.112
2000	0.032746	1382	1.287
2250	0.034730	1287	1.474
2500	0.036607	1205	1.675
2750	0.038392	1133	1.889
3000	0.040097	1072	2.116
3500	0.043305	968.6	2.607
4000	0.046291	885.9	3.147
4500	0.049094	818.0	3.734
5000	0.051744	760.7	4.368
5500	0.054264	711.7	5.048
6000	0.056671	669.6	5.772

TABLE 4.1 – Pouvoir d'arrêt et parcours des particules α dans l'air.

Chapitre 5

Spectrométrie γ

5.1 Principes

Le principe général de la spectrométrie consiste à mesurer, directement ou indirectement, le nombre d'ionisations produites dans le milieu détecteur. Il se base sur la relation, approximativement linéaire, entre ce nombre d'ionisations et l'énergie absorbée ou déposée dans le détecteur.

Un photon n'est pas une particule directement ionisante, il faut donc mesurer son énergie par l'intermédiaire des ionisations produites par les particules ionisantes secondaires qu'il crée. L'absorption de l'énergie d'un gamma est un processus assez complexe qui fait intervenir plusieurs types d'interactions qui se produisent en cascade et qui dépendent fortement des caractéristiques géométriques telles que les dimensions du détecteur et la position relative du détecteur par rapport à la source de rayonnements gamma.

Lorsqu'un gamma, d'énergie E_0 , pénètre dans un détecteur, il peut le traverser sans subir aucune interaction ou y subir l'une des trois interactions principales décrites dans les notes de cours.

1. *L'effet photoélectrique*, le gamma interagit avec un atome, est absorbé par celui-ci et un électron est éjecté hors d'une des couches électroniques de l'atome avec une énergie cinétique T . La conservation de l'énergie implique que

$$E_0 = T + B_i \quad (5.1)$$

où B_i est l'énergie de liaison de l'électron dans la couche hors de laquelle il est éjecté. L'effet photoélectrique produit donc une seule particule ionisante, un électron, d'énergie cinétique

$$T = E_0 - B_i \quad (5.2)$$

La distribution des énergies déposées dans le détecteur est donc un spectre de raies correspondant au différentes couches atomiques.

2. *L'effet Compton*, le gamma subit une diffusion élastique avec un électron. Il lui cède une partie de son énergie de sorte que

$$E_0 = E_1 + T \quad (5.3)$$

où E_1 est l'énergie du gamma diffusé et T l'énergie cinétique de l'électron. L'énergie déposée dans le détecteur est celle de l'électron, sa distribution est continue entre 0 et T_{\max} .

3. *La création de paire*, le photon est absorbé et une paire électron-positron est émise. Ces deux particules (de masse identique, m_e) sont ionisantes et déposent une énergie

$$T_+ + T_- = E_0 - 2m_e c^2 \quad (5.4)$$

La distribution des énergies déposées, par ionisation, lors de ces premières collisions est assez complexe et ne permet pas de déterminer facilement l'énergie du gamma. Heureusement, ces collisions sont suivies d'autres collisions.

1. L'énergie potentielle de l'atome donne lieu à l'émission de R.X. et d'électrons Auger qui produisent à leur tour, directement ou indirectement, des ionisations.
2. Le gamma diffusé peut interagir dans le milieu et produire des particules ionisantes ;
3. Le positron s'annihile avec un électron pour produire deux gammas qui subissent des interactions dans le détecteur.

L'énergie déposée par un gamma dans un milieu est donc le résultat d'une succession d'événements. Toute l'énergie peut être déposée si tous les rayonnements ou particules secondaires déposent leur énergie dans le détecteur, on obtient ainsi un *pic d'absorption totale*. Si une partie de l'énergie du gamma s'échappe du détecteur, on obtient

- une composante continue qui résulte de l'échappement du gamma diffusé après une ou plusieurs collisions Compton ;
- des pics supplémentaires, appelés *pics d'échappement*. À faible énergie, l'effet photoélectrique domine et le R.X. de l'iode peut s'échapper. À haute énergie, où la création de paire est le processus dominant, l'un ou l'autre des gammas d'annihilation du positron peut s'échapper pour donner un *pic d'échappement simple*. Si les deux gammas s'échappent, on obtient un *pic d'échappement double*.

On observe également dans les spectres des pics provenant de la détection simultanée de deux gammas. Ces pics « somme » ont deux origines.

1. La désintégration radioactive donne lieu à l'émission simultanée, par un même noyau, de deux gammas.
2. Le détecteur enregistre simultanément deux gammas émis par deux noyaux différents.

5.2 Pics « somme »

Lorsque les noyaux de la source radioactive émettent deux ou plusieurs gammas en séquence et endéans le temps de résolution de la chaîne de spectrométrie, il est possible que chacun de ces gammas dépose la totalité ou une partie de leur énergie dans le détecteur. Dans ce cas, le signal ne dépend plus de l'énergie d'un seul gamma mais, d'une manière complexe, des énergies de plusieurs gammas. Cet effet de sommation est d'autant plus important que l'efficacité du détecteur est élevée, il dépend donc de la distance entre la source et le détecteur.

En pratique, cela a deux conséquences pour l'interprétation des spectres :

- Si deux gammas pénètrent simultanément dans le détecteur et y déposent toute leur énergie, on observe un *pic somme* dont la position correspond à la somme des énergies des deux gammas.
- Si le premier photon dépose toute son énergie, il suffit que le second dépose une partie de son énergie pour perdre un événement au pic d'absorption totale du premier photon.

De nombreux noyaux ont un schéma de désintégration complexe. Il en résulte l'émission d'un grand nombre de gammas dont certains sont en coïncidence et il n'est pas toujours aisé de faire la différence entre un pic « vrai » et un pic somme.

5.3 Exercices

5.3.1 Principe de la spectrométrie gamma

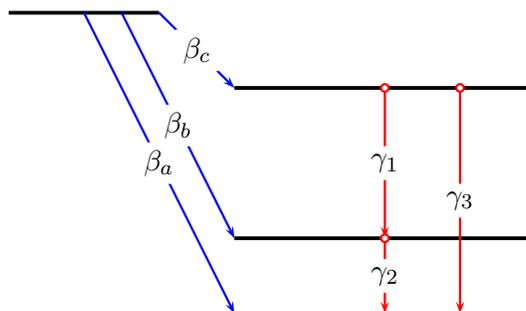
Un spectre gamma a une structure assez complexe qui dépend à la fois de l'énergie du gamma, des dimensions du détecteur et de la position de la source. Considérons un détecteur cylindrique $3'' \times 3''$ et une source placée sur son axe.

En vous aidant du graphique donnant les sections efficaces en fonction de l'énergie, discutez la formation du spectre gamma dans les trois cas suivants :

1. $E_0 = 100 \text{ keV}$
2. $E_0 = 1 \text{ MeV}$
3. $E_0 = 10 \text{ MeV}$

5.3.2 Pics « somme »

On considère un schéma de désintégration comportant trois niveaux : un niveau fondamental et deux niveaux excités. Ces niveaux sont peuplés par désintégration β et trois gammas sont émis par le noyau comme l'illustre la figure ci-dessous.



On donne

- A , l'activité de la source ;
- p_i , la probabilité d'émission du γ_i ;
- ϵ_i , l'efficacité d'absorption totale à l'énergie du γ_i ;
- ϵ_{ti} , l'efficacité totale à l'énergie du γ_i ;
- n_{i0} , le taux de comptage dans le pic d'absorption totale du γ_i en l'absence de coïncidences ;
- n_i , le taux de comptage réel dans ce pic.

En fonction des grandeurs précédentes, répondez aux questions suivantes :

1. Donnez l'expression des n_{i0} et n_i .
2. Déduisez les facteurs de correction $C_i = n_{i0}/n_i$.
3. Montrer comment déterminer l'activité A à partir de n_1, n_2 et n_3 dans le cas où $p_3 = 0$.
4. Que deviennent les n_i lorsque la source se trouve au milieu d'un détecteur infini ?
5. Justifiez (sans calcul) l'allure de la courbe de la figure 5.1 donnant la variation de ϵ_t à 1.25 MeV en fonction de la distance d entre le détecteur cylindrique (de hauteur L et de rayon R) et la source située sur l'axe du cylindre.

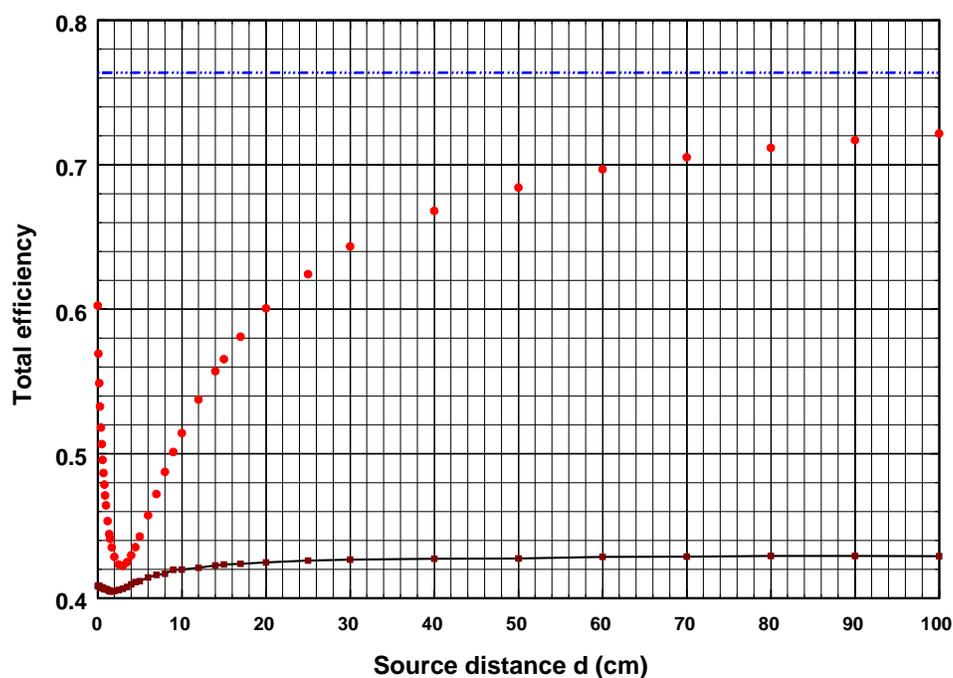


FIGURE 5.1 – Efficacité totale d'un détecteur NaI(Tl) cylindrique $3'' \times 3''$ à 1.25 MeV en fonction de la distance à la source ponctuelle. La courbe inférieure est le quotient de l'efficacité d'absorption totale et de l'efficacité totale.

5.4 Expériences

Relevez les spectres des sources Na^{22} , Cs^{137} et Eu^{152} .

1. Déterminez la position P et la largeur à mi-hauteur Γ des pics.
2. Identifiez les pics qui serviront à tracer la courbe de calibration : énergie E_γ en fonction de la position P .
3. Déterminer l'équation de la droite de calibration et tracer $E_{\text{lin}} - E_\gamma$ en fonction de E_γ .

Energie (keV)	Intensité	Energie (keV)	Intensité
5.640	15.0290	719.330	0.2650
6.060	0.1674	778.890	12.741
39.522	20.8260	810.430	0.3100
40.118	37.728	841.540	0.1606
42.309	0.219	867.320	4.1601
42.996	0.3946	919.310	0.4014
45.400	14.639	926.250	0.2552
48.700	0.1558	963.390	0.1139
121.780	28.432	964.010	14.441
244.690	7.4935	1005.200	0.6598
295.930	0.4266	1084.900	0.2464
329.350	0.1245	1085.800	9.9630
344.270	26.488	1089.700	1.6793
367.710	0.8556	1109.100	0.1669
411.110	2.2144	1112.000	13.302
415.940	0.1007	1212.800	1.3805
443.980	2.8114	1249.800	0.1783
443.980	0.3021	1292.700	0.1010
488.660	0.4134	1299.000	1.6052
503.390	0.1507	1408.000	20.747
564.030	0.4822	1457.500	0.4875
566.410	0.1290	1528.100	0.2570
586.260	0.4529		
631.380	0.7111		
656.440	0.1418		
674.610	0.1484		
678.580	0.4688		
685.780	0.8688		
688.630	0.8373		

TABLE 5.1 – Photons émis par l'Eu¹⁵².

Chapitre 6

Spectrométrie β

6.1 Introduction

On se propose de mesurer le spectre β du Cs^{137} à l'aide d'un détecteur à scintillation NE102 couplé à un photomultiplicateur. Ce détecteur plastique a une densité proche de l'unité et contient environ le même nombre d'atomes d'hydrogène et d'atomes de carbone.

1. Examinez le schéma de désintégration du Cs^{137} et faire la liste des rayonnements et particules qu'il émet.
2. Décrivez les interactions de ces rayonnements et particules dans le détecteur plastique
3. Tracez l'allure de chacune des composantes du spectre mesuré par le détecteur.
4. Déterminez l'épaisseur d'aluminium à placer entre la source et le détecteur pour arrêter la quasi totalité des électrons émis par la source. Quelle est l'atténuation des γ et R.X. dans ce cas ?
5. Dans le spectre mesuré par le détecteur, on désire isoler la composante β . Quelles expériences faut-il réaliser pour obtenir les différentes composantes à soustraire du spectre brut pour obtenir le spectre β ?

6.2 Description succincte du matériel utilisé

Deux détecteurs à scintillation (NaI(Tl) mince (1 mm) et NE102) sont utilisés.

Lorsqu'une particule incidente dépose de l'énergie dans le scintillateur d'un détecteur à scintillation, une impulsion lumineuse est émise. Le nombre de photons

de cette impulsion est proportionnel à l'énergie déposée. Le scintillateur est couplé à un photomultiplicateur. Ce dernier est à la fois un détecteur de photons lumineux (l'impulsion lumineuse est convertie en impulsion électrique par le processus de photoémission) et un amplificateur d'électrons (l'impulsion électrique obtenue est amplifiée).

Nous travaillons dans un local éclairé. Si on exposait les photomultiplicateurs à la lumière ambiante, aucune mesure ne serait possible. En effet, le nombre de photons incidents sur la photocathode du photomultiplicateur serait très supérieur au nombre des photons produits dans le scintillateur. De plus, en fonctionnement, le photomultiplicateur serait traversé par un courant important qui échaufferait les dynodes. C'est pourquoi les photomultiplicateurs sont placés dans une enceinte opaque. Pour optimiser le rendement de la conversion de l'impulsion lumineuse en impulsion électrique, le photomultiplicateur doit être placé contre le scintillateur. Le préamplificateur doit être le plus proche possible du photomultiplicateur car l'amplitude de l'entrée du préamplificateur doit être rigoureusement égale à celle de la sortie du photomultiplicateur. Les scintillateurs, photomultiplicateurs et préamplificateurs sont dès lors réunis dans l'enceinte.

Les deux chaînes de spectrométrie comportent ensuite un amplificateur. L'amplificateur de la chaîne de spectrométrie du NaI a en sortie un analyseur de canal (Single Channel Analyzer ou SCA) dont la fonction est de sélectionner les impulsions venant de l'amplificateur suivant la valeur de leur amplitude. Les impulsions sélectionnées ont une amplitude comprise entre les niveaux inférieur et supérieur. En mode normal, les niveaux inférieur et supérieur sont réglables séparément sur une gamme allant de 0 à 10 V.

L'amplificateur de la chaîne de spectrométrie du NE102 a en sortie un convertisseur analogique-numérique, et ce dernier envoie le code de l'amplitude des impulsions à l'ordinateur.

En mode coïncidence, le convertisseur analogique-numérique n'envoie ses données à l'ordinateur que lorsqu'il reçoit une impulsion dans une entrée "Coïnc" dédiée à cette fonction. Si la sortie du SCA de la chaîne du NaI est branchée à l'entrée Coïnc du convertisseur analogique-numérique, alors l'ordinateur ne reçoit que les impulsions du NE102 provenant de détections qui coïncident temporellement avec des détections du NaI.

6.3 Expérience

1. Relevez les différents spectres et commenter leur allure.
2. Calculez le spectre β à partir des spectres mesurés.

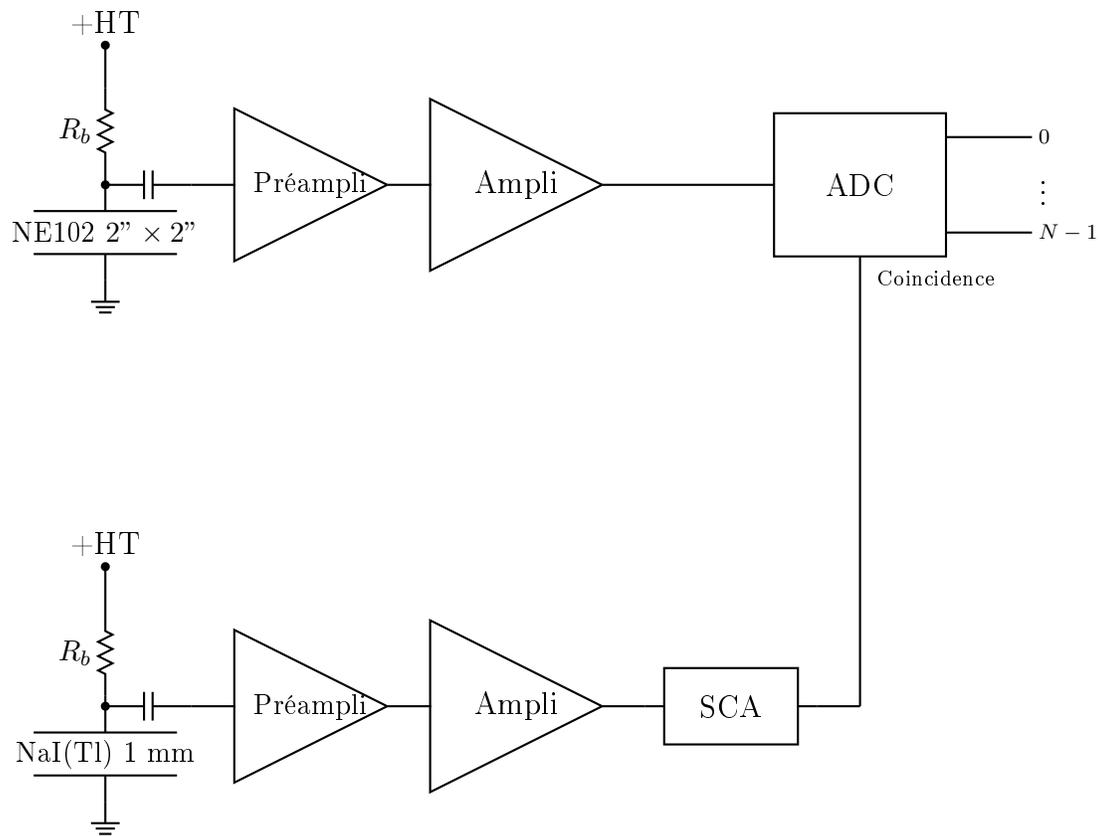


FIGURE 6.1 – Schéma des chaînes de mesure.

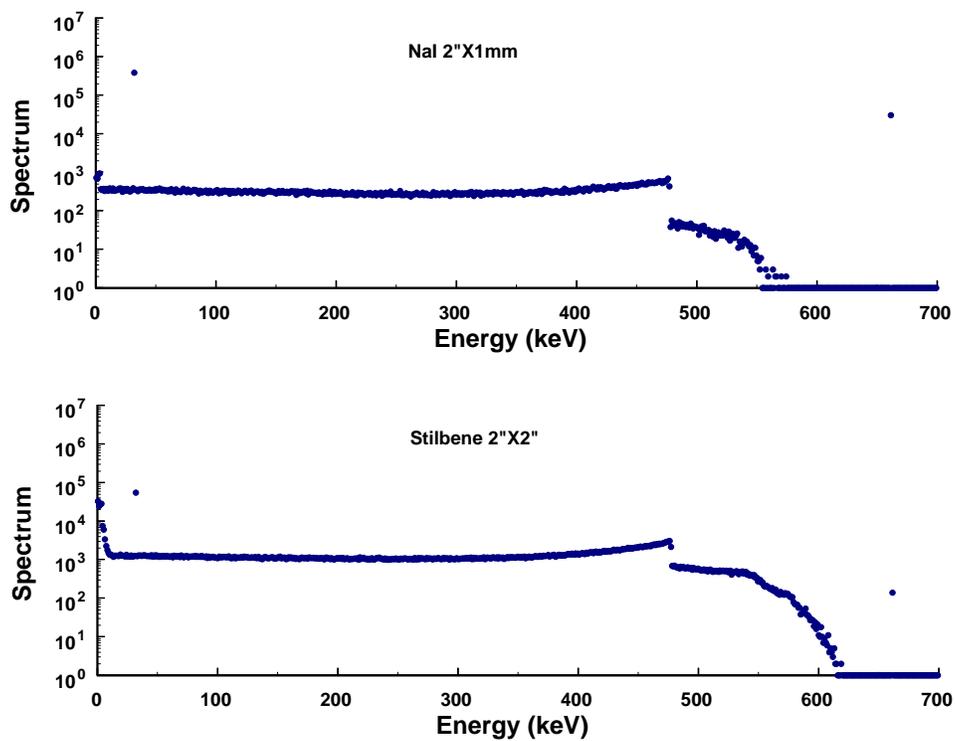


FIGURE 6.2 – Spectres γ simulés par la méthode Monte Carlo du Cs^{137} . La source ponctuelle est placée à 5 mm de la face avant du détecteur. On considère 10^7 désintégrations : 10% de 32 keV et 90% de 661.657 keV.

Chapitre 7

Activation neutronique

7.1 Introduction

Une des découvertes les plus importantes de la physique moderne est la production d'isotopes, radioactifs ou stables, par capture de neutrons.

Dans l'expérience proposée pour cette séance de travaux pratiques, des neutrons issus d'une source Am-Be placée dans l'eau bombardent différentes cibles et produisent des isotopes radioactifs de courte demi-vie (quelques minutes). Un détecteur NaI(Tl) associé à une chaîne de spectrométrie gamma et à un compteur permet la mesure de la décroissance exponentielle du nombre de noyaux radioactifs.

Les neutrons thermiques, qui sont des neutrons en équilibre thermique avec leur environnement, peuvent être produit en plaçant une source de neutrons de haute énergie dans un milieu hydrogéné qui joue le rôle de modérateur.

7.2 Source de neutrons

Dans une source Am-Be, les particules α émises lors de la désintégration de l'Am²⁴¹ induisent une réaction (α, n) dans le Be⁹. L'énergie des particules α vaut environ 5.5 MeV.

Étudiez la réaction (α, n) à partir de relations de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement. On considère une particule de masse M_1 et de vitesse v_1 qui interagit avec une particule de masse M_2 au repos. La réaction nucléaire donne lieu à deux particules d'énergies cinétiques T_3 et T_4 dont les trajectoires forment des angles θ_3 et θ_4 avec la direction de la particule incidente 1.

1. Dans l'approximation non relativiste, donnez l'énergie cinétique T_3 en fonction

de θ_3 .

2. Discutez cette relation en fonction de la valeur de $Q = M_1 + M_2 - M_3 - M_4$.
3. Dans la réaction $\text{Be}^9(\alpha, \text{n})\text{C}^{12}$, le carbone peut être formé dans son état fondamental ou dans un état excité. Si la particule 3 est le neutron, tracez dans un graphique, T_3 en fonction de θ_3 .
4. Les figures 7.1 et 7.2 montrent les spectres de neutrons produits par une source Am-Be. Commentez ces figures.

On définit l'excès de masse $\Delta/u = M/u - A$ qui est donné ci-dessous en keV (avec u , l'unité de masse atomique) :

$$\begin{aligned}\Delta(\text{n}) &= 8071.3 \\ \Delta(\alpha) &= 2424.9 \\ \Delta(\text{Be}^9) &= 11347.6\end{aligned}$$

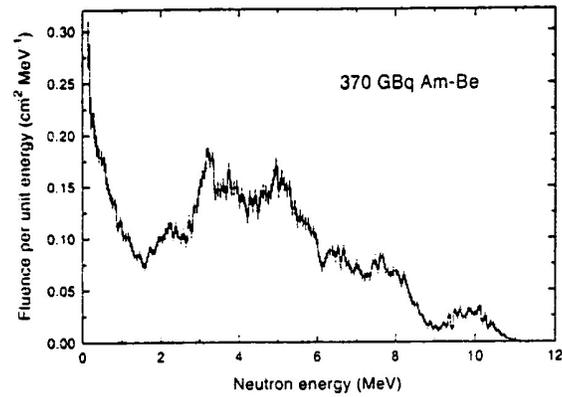


Fig. 4. Measured neutron energy spectrum from the 370 GBq Am-Be neutron source normalized to unit fluence, (uncertainties are due to counting statistics only).

FIGURE 7.1 – Spectre des neutrons d’une source Am-Be (activité de l’Am : 370 Gbq).

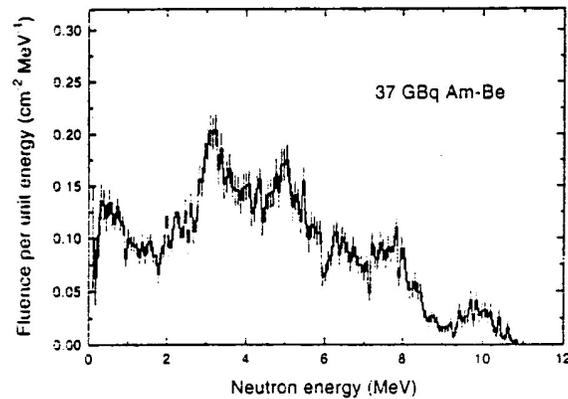


Fig. 5. Measured neutron energy spectrum from the 37 GBq Am-Be neutron source normalized to unit fluence, (uncertainties are due to counting statistics only).

FIGURE 7.2 – Spectre des neutrons d’une source Am-Be (activité de l’Am : 37 Gbq).

7.3 Activation neutronique

On place un échantillon constitué d'isotopes X dans un flux neutronique $\phi(t)$ qui dépend du temps. Les neutrons produisent par réaction nucléaire des isotopes Y avec une section efficace σ . Ces isotopes se désintègrent avec une constante de désintégration λ



1. Donnez l'expression de la quantité d'isotopes $Y(t)$ en fonction de la durée de l'activation.
2. Exprimez $Y(t)$ avec un flux ϕ constant et une quantité d'isotopes X invariante.
3. Tracez l'allure de $Y(t)$ dans ce dernier cas.

Après activation, l'échantillon est placé devant un détecteur et on compte le nombre de rayonnements ou particules émis. Celui-ci décroît exponentiellement en fonction du temps avec la constante de décroissance λ . Exprimez $Y(t)$ dans ce cas.

7.4 Mesure de la durée de vie

En plaçant un échantillon à proximité de la source de neutrons située dans la piscine, il y a production d'isotopes radioactifs. Après activation, l'échantillon est placé devant un détecteur NaI(Tl). On relève ensuite le nombre de γ émis lors de la désintégration en fonction du temps. On a

$$Y(t) = ae^{-\lambda t} + b \quad (7.2)$$

où b est la contribution constante due au bruit de fond.

1. Pour déterminer λ , on doit utiliser la méthode des moindres carrés. Expliquez le principe de la méthode des moindres carrés.
2. À l'aide de la méthode des moindres carrés, déterminez la demi-vie $T_{1/2}$ du V^{52} et de l' Al^{28} et son incertitude.
3. Proposez une méthode pour vérifier la qualité de l'ajustement.

Isotope	Nombre de masse	Abondance (%)	σ (barn)	$T_{1/2}$	E_γ (keV)
Al-27	27	100	0.231	2.2414 min	1779
Cu-63	63	69.17	4.52	12.701 h	1346
Cu-65	65	30.83	2.17	5.120 min	1039
V-51	51	99.75	5.18	3.753 min	1434
Sc-45	45	100	27.2	18.75 s	143
Ge-74	74	36.3	0.14	47.75 s	140
Ge-76	76	7.61	0.10	52.9 s	216

TABLE 7.1 – Données relatives à l'activation neutronique de quelques nucléides.

Chapitre 8

Effet Compton

8.1 Introduction

L'effet Compton a été étudié de manière quantitative par Arthur Holly Compton en 1923 dans une publication sur des mesures détaillées des rayons X diffusés à différents angles par des éléments légers.

Ses conclusions furent les suivantes :

- La longueur d'onde des rayons diffusés augmente avec l'angle de diffusion.
- Les mesures sont compatibles avec l'hypothèse qu'il s'agit de la collision entre deux particules : un photon et un électron libre.
- La dualité onde-corpuscule est confirmée.

Dans le cadre de cette séance de laboratoire, vous mesurerez l'énergie et l'intensité des photons diffusés en fonction de l'angle de diffusion. Vous utiliserez une source de Cs^{137} .

8.2 Préliminaires

Pour étudier la diffusion Compton, on utilise une barre d'aluminium de rayon $R = 1.25$ cm, une source de 1 mCi de Cs^{137} et un détecteur NaI(Tl).

Le nombre de γ diffusés par la barre est proportionnel à la section efficace de diffusion, mais il dépend aussi de l'absorption dans la barre et de l'efficacité du détecteur. Il faut donc apporter des corrections au nombre de γ observés pour obtenir la section efficace.

8.2.1 Absorption dans le diffuseur

Pour simplifier l'étude, on supposera que la diffusion se produit dans un plan perpendiculaire à l'axe de la barre et que le faisceau incident est parallèle, homogène et plus large que le diamètre de la barre.

1. Calculez la probabilité d'absorption du photon incident dans la barre de rayon R en fonction de $\mu_0 R$, où μ_0 est le coefficient d'atténuation.
2. La probabilité d'observer un photon diffusé dans l'angle solide $d\Omega$ autour de la direction θ peut s'écrire

$$P(\theta) = N \frac{1}{\mu_0} \frac{d_a \sigma(\theta)}{d\Omega} f(\theta) \quad (8.1)$$

Donnez l'expression de $f(\theta)$.

3. Calculez la probabilité d'échappement d'un photon diffusé, la source de diffusion étant uniforme. Que représente la longueur $8R/3\pi$ qui apparaît dans le terme du premier ordre du développement en série en $\mu_1(\theta)R$ (μ_1 est le coefficient d'atténuation à l'énergie du gamma diffusé)?

On donne

$$\int_0^1 \frac{we^{-\alpha w}}{\sqrt{1-w^2}} dw = 1 - \frac{\pi}{2} (I_1(\alpha) - L_1(\alpha)) \quad (8.2)$$

où

$$I_1(\alpha) = \frac{\alpha}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\alpha/2)^{2k}}{k!(k+1)!}$$

$$L_1(\alpha) = \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\alpha/2)^{2k}}{\Gamma(k+3/2)\Gamma(k+5/2)}$$

sont les fonctions de Bessel et Struve d'ordre 1.

8.2.2 Efficacité du détecteur

De 300 keV à 2 MeV, l'efficacité ϵ d'un détecteur NaI(Tl) 3" × 3" est bien représentée par la relation

$$\ln \epsilon = a \ln E + b \quad (8.3)$$

Déterminez les coefficients a et b .

8.3 Expérience

1. Faîtes le schéma de l'installation expérimentale.
2. Faîtes une rapide calibration en énergie de la chaîne de spectrométrie.
3. Relevez les spectres aux angles $\theta = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ avec et sans la barre. Le spectre des γ diffusés est obtenu par soustraction.
4. Calculez les énergies des pics d'absorption totale des γ diffusés. Comparez ces valeurs aux résultats théoriques.
5. Calculez les surfaces des pics d'absorption totale des γ diffusés.
6. Effectuez les corrections et comparez avec la section efficace théorique.

Angle (degré)	Energie (keV)	μ (cm^{-1})
0	662.0	0.20041
5	658.8	0.20086
10	649.2	0.20218
15	634.0	0.20436
20	614.0	0.20733
25	590.3	0.21095
30	564.1	0.21507
35	536.3	0.21973
40	508.0	0.22486
45	479.9	0.23020
50	452.6	0.23576
55	426.4	0.24155
60	401.8	0.24751
65	378.7	0.25320
70	357.4	0.25891
75	337.7	0.26460
80	319.7	0.27027
85	303.3	0.27586
90	288.4	0.28088
95	274.9	0.28565
100	262.7	0.29027
105	251.6	0.29473
110	241.7	0.29901
115	232.9	0.30308
120	224.9	0.30694
125	217.9	0.31055
130	211.6	0.31392
135	206.1	0.31702
140	201.3	0.31984
145	197.2	0.32215
150	193.7	0.32409
155	190.8	0.32576
160	188.4	0.32713
165	186.6	0.32821
170	185.4	0.32899
175	184.6	0.32946
180	184.3	0.32961

TABLE 8.1 – Coefficients d'atténuation d'un photon dans de l'aluminium.

Chapitre 9

Statistique de comptage - Temps mort

9.1 Introduction

Lorsque l'intervalle de temps entre deux événements successifs devient trop petit, le système de détection n'est plus capable de traiter les deux événements séparément. Le plus souvent, il ne traite que le premier, le deuxième étant perdu. L'intervalle de temps minimum est appelé *temps mort*. À cause de la nature aléatoire des désintégrations nucléaires, la probabilité de perdre le deuxième événement n'est jamais nulle. Le nombre d'événements enregistrés est donc toujours inférieur au nombre d'événements réels.

Il est clair que tous les éléments d'une chaîne de détection interviennent dans le calcul du temps mort, chaque élément ayant son temps mort propre. Combiner les effets de tous ces temps morts n'est pas un calcul facile. Heureusement, on rencontre souvent le cas où un temps mort est beaucoup plus grand que tous les autres. Nous ne considérerons donc que le cas simple d'un seul élément (compteur) dont le temps mort τ est le même pour tous les événements (impulsions).

On distingue généralement deux cas extrêmes :

1. L'arrivée de la deuxième impulsion durant le temps mort de l'impulsion précédente n'a aucun effet, cette impulsion est simplement perdue. Dès que le temps mort τ est écoulé, le compteur redevient actif. Le compteur est dit *nonparaly-sable* et le temps mort *non-cumulatif*.
2. L'arrivée de la deuxième impulsion durant le temps mort de la première, déclenche une nouvelle période de temps mort. La deuxième impulsion est perdue et elle a eu pour effet d'augmenter le temps mort total. Le compteur est dit

paralysable et le temps mort *cumulatif*. À la limite où les intervalles de temps entre les impulsions dans un train d'impulsions sont inférieures au temps mort τ , le compteur est paralysé.

Nous allons étudier chacun de ces cas en supposant que la source de rayonnement est stationnaire et donc que le train d'impulsions est caractérisé par un nombre moyen d'impulsions par unité de temps constant et égal à n (taux de comptage vrai). Le nombre d'impulsions réellement enregistrées par unité de temps est le taux de comptage mesuré m .

9.2 Exercices

1. Établir les relations qui lient les grandeurs m , n et τ pour les deux types de temps mort.
2. On connaît le temps mort $\tau = 50\mu\text{s}$ avec un écart type relatif égal à $\varepsilon = 5\%$ et on mesure $M = 382349$ impulsions dans l'intervalle de temps $T = 1$ minute. Estimer le taux de comptage vrai et son écart type relatif.
3. Deux sources radioactives sont placées devant un compteur. En masquant alternativement chacune des 2 sources, le compteur enregistre m_1 et m_2 coups par seconde. Ensemble, les deux sources donnent un taux de comptage de m_{12} coups par seconde. En l'absence de source, le taux de comptage est égal à m_b .
 - Établissez la relation qui permet de calculer le temps mort τ du compteur (supposé nonparalysable).
 - Que devient cette expression lorsque $m_{12}\tau \ll 1$?
 - Dans le cas où $m_b = 0$ et $m_1 = m_2 = m$, tracez $m\tau$ en fonction de m_{12}/m .

9.3 Expérience

On dispose d'une chaîne de spectrométrie γ qui fournit un train aléatoire d'impulsions normalisées, d'un circuit électronique qui permet d'insérer un temps mort connu et de deux échelles de comptage couplées à une horloge.

1. Mesurez N et M en fonction de τ pour les 2 types de temps mort et pour deux valeurs de n (mesures de 100 s).
2. Portez en graphique $m\tau$ en fonction de $n\tau$.
3. Comparez avec les relations théoriques établies ci-dessus.

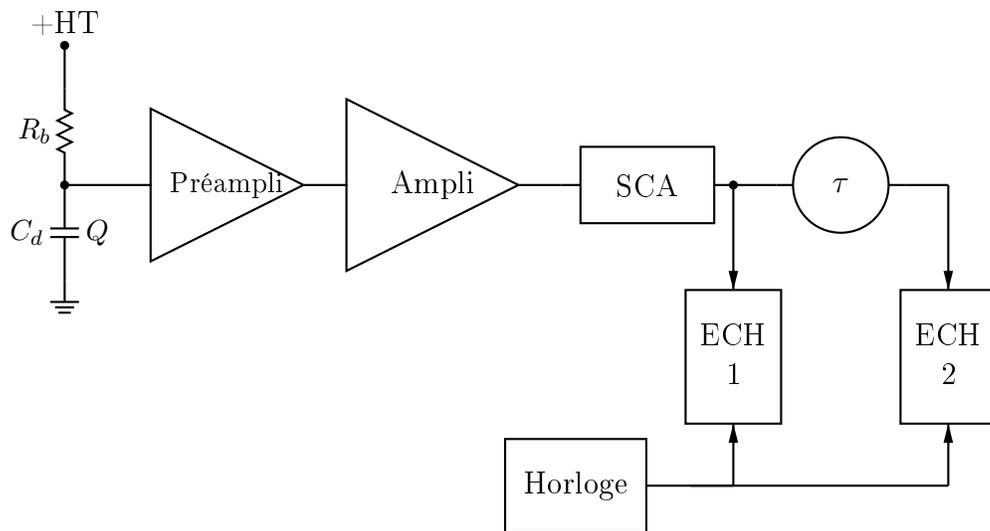


FIGURE 9.1 – Schéma de l'installation.

Chapitre 10

Compteur proportionnel

10.1 Introduction

Le compteur proportionnel est un détecteur à gaz qui consiste en une enceinte, contenant un gaz, munie de deux électrodes (anode + et cathode -). Une particule chargée qui traverse le gaz y produit des paires ion-électron, ou plus généralement des paires d'ions, dont le nombre moyen N_i est proportionnel à l'énergie E déposée par cette particule dans le gaz

$$N_i = \frac{E}{W} \quad (10.1)$$

où l'énergie W est, par définition, l'énergie moyenne pour produire une paire d'ions. Elle dépend de la composition du gaz et dans une moindre mesure de l'énergie et de la nature de la particule chargée.

Une différence de potentiel U_0 entre les électrodes produit un champ électrique qui met en mouvement les électrons et les ions vers leurs électrodes respectives. En l'absence de recombinaison et d'attachement ces électrons migrent vers l'anode et ces ions vers la cathode. C'est le principe de fonctionnement d'une chambre d'ionisation.

La migration est une suite de chocs des électrons et des ions avec les molécules du gaz et d'accélération dues à la force électrique proportionnelle au champ électrique produit par les électrodes. Entre deux chocs, les trajectoires sont rectilignes. Si l'énergie acquise par un électron entre deux chocs est suffisante, il peut produire une ionisation c'est-à-dire produire une nouvelle paire d'ion. Ce processus de multiplication électronique qui conduit à une amplification du signal électrique délivré par le détecteur, est mis à profit dans le compteur proportionnel.

10.2 Multiplication électronique

Lorsque le champ électrique est supérieur à un seuil appelé champ critique E_c (quelques kV/cm), les électrons acquièrent suffisamment d'énergie entre deux chocs pour produire des ionisations. Dans ce cas, l'énergie cinétique d'un électron dépasse l'énergie de première ionisation des atomes du gaz, il peut y avoir production d'une nouvelle paire électron-ion, l'électron primaire poursuivant sa trajectoire. Il en résulte une ionisation secondaire qui multiplie le nombre de charges créées au sein du gaz. On définit le gain M de multiplication par le rapport du nombre total d'ionisations au nombre d'ionisations primaires (celui mesuré en l'absence de multiplication électronique).

Remarquons que le champ critique dépend de la densité du gaz et donc de sa pression. En effet, l'énergie moyenne acquise entre deux chocs est $eE\lambda$ où λ est le libre parcours moyen. C'est ce produit qui détermine la possibilité qu'a un électron de devenir ionisant. Puisque le libre parcours moyen est inversement proportionnel au nombre N_{at} d'atomes par unité de volume et à la section efficace d'ionisation, le champ critique est proportionnel à la densité atomique. Le rapport E_c/N_{at} est donc une constante pour un gaz donné.

Une évaluation simpliste du gain consiste à supposer que la distance parcourue par l'électron entre deux chocs ionisants est constant et égal au libre parcours moyen λ . Lorsque le champ est uniforme, un électron, provenant d'une ionisation à une distance x de l'anode, produit donc directement et indirectement $2^{x/\lambda}$ ionisations secondaires avant d'être collecté par l'anode. Le gain vaut donc

$$M = 2^{x/\lambda} \quad (10.2)$$

Lorsque le champ électrique est uniforme ou quasi uniforme, le phénomène d'avalanche ne présente donc aucun intérêt car le gain dépend de l'endroit où l'ionisation a lieu et donc aussi de la position de la trajectoire dans le détecteur. Il en résulte que la charge collectée n'est plus proportionnelle au nombre d'ionisations primaires.

Dans un compteur proportionnel, on choisit une géométrie telle que la zone où le champ dépasse le champ critique soit une petite région au voisinage de l'anode. Dans ce cas, les ionisations primaires ont lieu à l'extérieur de la zone critique et tous les électrons qui en résultent pénètrent dans la zone critique pour y produire, en moyenne, le même nombre d'électrons secondaires.

La géométrie cylindrique est la plus appropriée : l'anode est un fin fil placé sur l'axe d'un tube cylindrique qui fait office de cathode.

Le processus de multiplication est régi par l'équation de Townsend qui donne la

variation relative du nombre d'électrons n par unité de longueur parcourue

$$\frac{dn}{n} = \alpha dx \quad (10.3)$$

où α est le nombre de paires ion-électron produites par un électron par unité de distance parcourue. On l'appelle le premier coefficient de Townsend du gaz. Ce coefficient est nul lorsque le champ électrique E est inférieur au champ critique E_c et croît au delà de ce minimum. Dans les conditions d'utilisation normale d'un compteur proportionnel dont la gaz a une masse volumique ρ , le rapport $\alpha/\rho \propto \alpha/N_{at}$ d'un gaz dépend uniquement de $E/\rho \propto E/N_{at}$.

Diethorn a établi une relation donnant le gain en fonction d'un nombre réduit de paramètres :

$$\ln M = \frac{\ln 2}{\Delta V} \frac{U_0}{\ln b/a} \ln \frac{\rho_0 U_0}{\rho E_c(\rho_0) a \ln b/a} \quad (10.4)$$

où $e\Delta V$ peut s'interpréter comme l'énergie cinétique acquise par l'électron entre deux chocs et ρ_0 qui représente la densité du gaz pour des conditions normales de pression et de température ($T = 0^\circ$ et $p = 1$ atm). Généralement, les paramètres ΔV et $E_c(\rho_0)$ sont obtenus par comparaison avec des données expérimentales.

10.3 Compteur proportionnel

Le compteur proportionnel est de type LND 45427. Le gaz de remplissage est un mélange de krypton (≈ 97 %) et de dioxyde de carbone (≈ 3 %) à une pression $p = 1520$ torr. Les énergies de liaison pour le krypton sont $B_K = 14.3$ keV et $B_L = 1.9$ keV.

Le fil d'anode a un rayon $a = 25.4\mu\text{m}$ et le tube formant la cathode a un rayon $b = 25.4$ mm.

Sur sa surface latérale cylindrique, le compteur est muni d'une fenêtre circulaire en béryllium ($\rho = 1.85 \cdot 10^3 \text{ kgm}^{-3}$) dont l'épaisseur est 127μ et le rayon est 1.27 cm.

10.4 Exercices

1. Calculez le rayon r_c de la zone de multiplication pour une différence de potentiel $U_0 = 2420$ V, sachant que le champ critique E_c vaut 10^6 Vm^{-1} .
2. Déduisez de la formule de Diethorn une méthode expérimentale et graphique pour vérifier sa validité et déterminez la valeur de ΔV .

10.5 Expérience

La chaîne de spectrométrie associée au compteur proportionnel est constituée d'un préamplificateur, d'un amplificateur, d'un convertisseur analogique-numérique, d'un PC et d'une alimentation haute tension (ne pas dépasser 2500 V).

1. Relevez le schéma de l'installation.
2. Sur le spectre du Co^{57} fourni, identifiez tous les pics.
3. Pour une différence de potentiel de 2420 V, relevez les spectres du Cs^{137} , de I^{129} et de Am^{241} . Identifiez tous les pics et établissez la courbe de calibration (utiliser les tables 10.1 et 10.2).
4. Faites varier la différence de potentiel U_0 entre 2500 V et 1700 V par pas de 100 V. Pour chaque valeur de U_0 , réglez le gain de l'amplificateur et relevez le spectre du Cs^{137} . Notez les positions P et les largeurs à mi-hauteur Γ des pics résultant des transitions $K\alpha_1$ et $K\alpha_2$ (absorption totale et échappement).
5. Tracez les graphiques des positions P et des largeurs à mi-hauteur Γ normalisées au même gain de l'amplificateur ainsi que des largeurs à mi-hauteur relatives Γ/P en fonction de U_0 . Commentez ces résultats.
6. Comparez les résultats pour P à l'expression de Diethorn et déterminez la valeur du paramètre ΔV .
7. Que devient le spectre du Co^{57} si on remplace le krypton par du xénon ($B_K = 34.6$ keV et $B_L = 5.5$ keV) ? Par de l'argon ($B_K = 3.2$ keV et $B_L = 0.3$ keV) ?

^{57}Co			^{137}Cs		
Énergie (keV)	Intensité	Type	Énergie (keV)	Intensité	Type
0.615	0.068	L1	3.954	0.0143	L1
0.628	0.046	L η	4.331	0.0064	L η
0.705	0.062	L α 2	4.451	0.040	L α 2
0.705	0.56	L α 1	4.466	0.36	L α 1
0.708	0.0038	L β 6	4.827	0.226	L β 1
0.717	0.42	L β 1	4.852	0.023	L β 4
0.792	0.022	L β 4	4.927	0.039	L β 3
0.792	0.034	L β 3	4.994	0.0030	L β 6
6.266	1.69e-05	K α 3	5.156	0.074	L β 2
6.391	16.4	K α 2	5.531	0.033	L γ 1
6.404	32.6	K α 1	5.797	0.0065	L γ 2
7.058	3.88	K β 1	5.809	0.0093	L γ 3
7.058	1.99	K β 3	31.452	0.00026	K α 3
7.108	0.00206	K β 5	31.817	2.04 5	K α 2
7.112	2.20e-07	K β 4	32.194	3.76 8	K α 1
14.413	9.16	γ	36.304	0.352	K β 3
			36.378	0.680	K β 1
			36.652	0.0079	K β 5
			37.255	0.215	K β 2
			37.349	0.0481	K β 4

TABLE 10.1 – Raies caractéristiques du Co⁵⁷ et du Cs¹³⁷.

^{129}I			^{241}Am		
Énergie (keV)	Intensité	Type	Énergie (keV)	Intensité	Type
3.633	0.124	L1	11.871	0.66	L1
3.955	0.057	L η	13.761	1.07	L α 2
4.093	0.34	L α 2	13.946	9.6	L α 1
4.105	3.1	L α 1	15.861	0.153	L η
4.414	1.91	L β 1	16.109	0.184	L β 6
4.451	0.19	L β 4	16.816	2.5	L β 2
4.512	0.32	L β 3	17.061	1.5	L β 4
4.569	0.025	L β 6	17.505	0.65	L β 5
4.714	0.60	L β 2	17.751	5.7	L β 1
5.034	0.27	L γ 1	17.992	1.37	L β 3
5.307	0.050	L γ 2	20.784	1.39	L γ 1
5.307	0.074	L γ 3	21.099	0.65	L γ 2
29.112	0.0021	K α 3	21.342	0.59	L γ 3
29.461	20.4	K α 2	21.491	0.29	L γ 6
29.782	37.7	K α 1	26.345	2.40	γ
33.562	3.46	K β 3	33.196	0.126	γ
33.624	6.69	K β 1	59.541	35.9	γ
33.881	0.068	K β 5	96.242	2.8E-05	K α 3
34.419	2.02	K β 2	97.069	0.008	K α 2
34.496	0.392	K β 4			
39.578	7.51	γ			

TABLE 10.2 – Raies caractéristiques de l' ^{129}I et de l' ^{241}Am pour $E < 100$ keV (tous les γ de l' ^{241}Am ne sont pas indiqués).

Chapitre 11

Préamplificateur de charge

11.1 Introduction

Pour un détecteur, le signal à mesurer est la charge Q collectée par l'anode. Cette charge est une variable aléatoire dont la valeur moyenne $\langle Q \rangle$ est proportionnelle à l'énergie déposée par la particule qui pénètre dans le détecteur et dont la variance σ_d^2 dépend des fluctuations associées aux processus de production et de collection des charges.

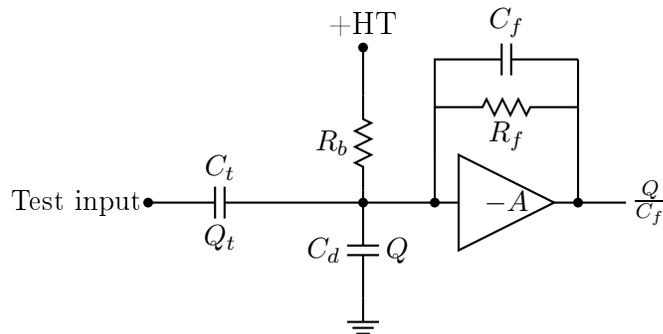
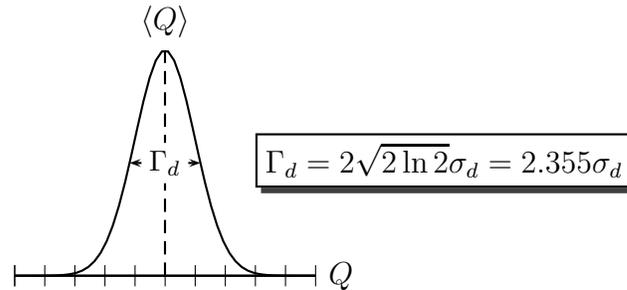


FIGURE 11.1 – Schéma équivalent d'un préamplificateur de charge associé à un détecteur.

Le plus souvent on peut considérer que la charge Q est une variable aléatoire normale de moyenne $\langle Q \rangle$ et de variance σ_d^2

$$f(Q)dQ = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_d^2}} \exp \left[-\frac{(Q - \langle Q \rangle)^2}{2\sigma_d^2} \right] dQ \quad (11.1)$$

La figure ci-dessous montre cette distribution autour de la valeur moyenne $\langle Q \rangle$, elle est caractérisée par un largeur à mi-hauteur Γ_d (FWMH : Full Width at Half Maximum).



L'électronique utilisée pour mesurer la charge Q contient des sources de bruit qui modifient le signal utile. La plupart de ces sources ont un caractère aléatoire, elles doivent donc être étudiées par des méthodes statistiques.

Dans une chaîne de spectrométrie, ce sont les sources de bruit en début de la chaîne d'amplification qui contribuent le plus à altérer le signal final à mesurer. Ce sont les circuits à l'entrée du préamplificateur qui apportent la contribution principale.

Pour tenir compte de ces bruits d'origine électronique, on peut les remplacer par une source de bruit unique, placée à l'entrée du préamplificateur, qui ajoute une charge ΔQ_{el} de moyenne nulle à la charge Q . Cela revient à supposer que la charge collectée est une variable aléatoire de moyenne $\langle Q \rangle$ et de variance $\sigma_Q^2 = \sigma_d^2 + \sigma_{el}^2$. La largeur à mi-hauteur devient $\Gamma_Q^2 = \Gamma_d^2 + \Gamma_{el}^2$. Pour les détecteurs semi-conducteurs par exemple, les variances σ_d^2 et σ_{el}^2 sont du même ordre de grandeur.

La variance σ_d^2 est fixée par les processus mis en jeu dans le détecteur, on a peu ou pas d'action sur sa valeur. Par contre, on peut diminuer l'importance du bruit électronique en choisissant avec soin les composants et aussi en concevant des circuits de filtrage qui permettent d'optimiser le rapport signal-bruit ($\langle Q \rangle / \Gamma$).

L'étude des sources de bruit et des circuits de filtrage a donc une place importante en électronique nucléaire.

11.2 Sources de bruit

D'un point de vue électrique, il y a deux sources principales de bruit : le bruit thermique (« thermal noise ») et le bruit de grenaille (« shot noise »). Ces deux types de bruit sont toujours présents dans les systèmes électriques et représentent des limitations fondamentales pour les mesures électriques précises.

Considérons n porteurs de courant de charge e qui se déplacent à la vitesse u à travers un milieu de longueur l . Le courant i , c'est-à-dire le flux de charges, est donné par

$$i = \frac{neu}{l} \quad (11.2)$$

Si le nombre de porteurs de courant et leur vitesse sont des variables aléatoires indépendantes de moyennes et variances ($\langle n \rangle, \sigma_n^2$) et ($\langle u \rangle, \sigma_u^2$), respectivement, le courant i est aussi une variable aléatoire dont la variance est donnée par

$$\sigma_i^2 = \left(\frac{e\langle u \rangle}{l} \right)^2 \sigma_n^2 + \left(\frac{e\langle n \rangle}{l} \right)^2 \sigma_u^2 \quad (11.3)$$

Il y a donc deux termes qui contribuent aux fluctuations de courant :

1. le bruit thermique qui correspond aux fluctuations de vitesse,
2. le bruit de grenaille qui dépend des fluctuations du nombre de porteurs.

Ces deux bruits sont des bruits blancs, leurs densités spectrales sont donc constantes.

11.2.1 Le bruit thermique

Le bruit thermique provient des fluctuations de la vitesse des électrons dans un conducteur. Dans le modèle formulé par H. Nyquist en 1928, un conducteur idéal peut être représenté par une source de force électromotrice de moyenne nulle dont la valeur quadratique moyenne, c'est-à-dire la variance, est

$$\langle v^2 \rangle = 4RkT\Delta f \quad (11.4)$$

où R est la résistance du conducteur, T sa température absolue et Δf la bande passante de l'instrument de mesure. La même année, J.B. Johnson vérifia la relation entre le bruit et la résistance. Le bruit thermique ne dépend pas de la nature du matériau et sa densité spectrale ne dépend pas de la fréquence : il s'agit d'un bruit blanc. Lorsque l'énergie hf devient comparable à kT , la relation de Nyquist doit être modifiée.

11.2.2 Le bruit de grenaille

Une autre source de bruit est due aux fluctuations de la densité électronique. Ces fluctuations peuvent être générées par des diodes, des résistances et des tubes à décharge. Le bruit résulte du caractère discret de la charge des porteurs de courant. La valeur quadratique moyenne du courant est donnée par la formule de Schottky

$$\langle (i - \langle i \rangle)^2 \rangle = 2e\langle i \rangle \Delta f \quad (11.5)$$

$\langle i \rangle$ est la valeur moyenne du courant.

11.3 Bruit d'un préamplificateur

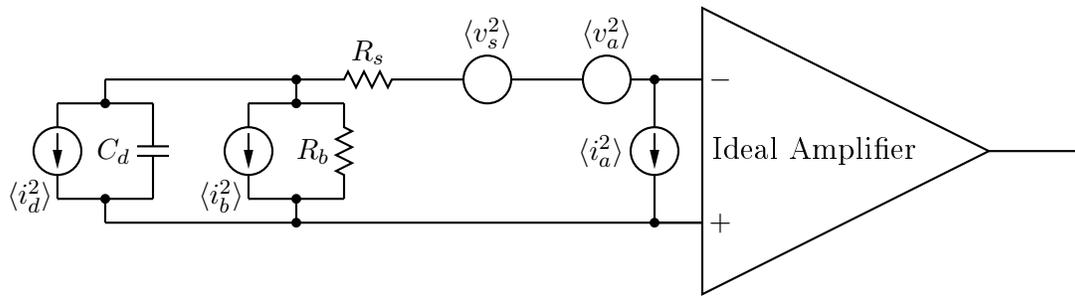


FIGURE 11.2 – Schéma équivalent d'un préamplificateur de charge associé à un détecteur avec ses générateurs de bruit.

Le détecteur est une diode polarisée en sens inverse et traversée par un courant qui dépend de la différence de potentiel à ses bornes. Ce courant a une composante continue I_d et une composante aléatoire dont la valeur quadratique moyenne $\langle i_d^2 \rangle$ est proportionnelle à I_d

$$\langle i_d^2 \rangle = 2eI_d\Delta f \implies \langle e_d^2 \rangle = \frac{\langle i_d^2 \rangle}{(\omega C_d)^2} = \frac{2eI_d}{(\omega C_d)^2} \quad (11.6)$$

On suppose que le courant circule dans le condensateur car la résistance R_b et la résistance d'entrée de l'amplificateur sont beaucoup plus élevées que l'impédance $1/\omega C$ du condensateur ($\omega \sim 1\text{MHz}$, $C \sim 10\text{pF}$ et $R > 1\text{G}\Omega$).

Le bruit thermique donne lieu à un courant aléatoire dans la résistance de charge R_b

$$\langle i_b^2 \rangle = \frac{4kT}{R_b} \Delta f \quad (11.7)$$

et aussi une f.é.m. aux bornes de la résistance R_s (résistance équivalente au bruit du canal du FET)

$$\langle i_s^2 \rangle = \frac{4kT}{R_s} \Delta f \implies \langle e_s^2 \rangle = \langle i_s^2 \rangle R_s^2 = 4kT R_s \Delta f \quad (11.8)$$

Les sources de bruit $\langle i_a^2 \rangle$ et $\langle v_a^2 \rangle$ ne sont pas physiquement présentes à l'entrée, elles proviennent des circuits internes du préamplificateur. Ce sont des bruits blancs avec une contribution faible d'une composante proportionnelle à l'inverse de la fréquence. Nous n'en tiendrons pas directement compte en supposant les avoir inclus dans les termes qui dépendent de R_s et R_b .

D'une manière plus précise, les densités spectrales du courant et de la f.é.m.

$$S_i(\omega) = eI_d + \frac{2kT}{R_b} \quad (11.9)$$

$$S_e(\omega) = 2kT R_s \quad (11.10)$$

En combinant des deux sources de bruit, on obtient la densité spectrale de la f.é.m. résultante

$$S_n(\omega) = 2kT R_s + \frac{1}{\omega^2 C_T^2} \left(eI_d + \frac{2kT}{R_b} \right) \quad (11.11)$$

$$\equiv a^2 + \frac{g^2}{\omega^2} \quad (11.12)$$

La capacité C_T tient compte de la capacité du circuit d'entrée du préamplificateur

$$C_T = C_d + C_{in} \quad (11.13)$$

11.4 Filtrage

Considérons un filtre linéaire de réponse impulsionnelle $k(t)$ et de fonction de transfert $K(p)$ ($K(\omega)$). La densité spectrale $S_n(\omega)$ du bruit $n(t)$ est lié à celle ($S_\nu(\omega)$) du bruit à la sortie du filtre par la relation

$$S_\nu(\omega) = |K(\omega)|^2 S_n(\omega) \quad (11.14)$$

On montre que la valeur quadratique moyenne du bruit $\langle \nu^2 \rangle$ est donnée par

$$\langle \nu^2(t) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_\nu(\omega) d\omega = 2 \int_0^{+\infty} S_\nu(2\pi f) df \quad (11.15)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |K(\omega)|^2 S_n(\omega) d\omega = 2 \int_0^{+\infty} |K(2\pi f)|^2 S_n(2\pi f) df \quad (11.16)$$

Dans une chaîne de spectrométrie, le filtre linéaire est constitué par le préamplificateur de gain souvent unitaire et par l'amplificateur de gain réglable. Ce dernier contient un filtre dont on peut changer la bande passante pour optimiser le rapport signal-bruit.

Le signal $m(t)$ est la différence de potentiel aux bornes du condensateur à l'entrée du préamplificateur

$$m(t) = \frac{Q}{C_T} H(t) \quad (11.17)$$

C'est un échelon de tension d'amplitude Q/C_T . On suppose qu'on mesure l'amplitude maximale du signal à la sortie de l'amplificateur. Elle est égale à l'amplitude maximale h_{max} de la réponse indicelle $h(t)$ multipliée par Q/C_T .

Le rapport signal sur bruit est

$$\frac{Q/C_T}{\sqrt{\langle \nu^2(t) \rangle}} \quad (11.18)$$

Il peut s'écrire

$$\frac{S}{B} = \frac{Q h_{max}}{C_T \left[\int_{-\infty}^{+\infty} S_n(\omega) |K(\omega)|^2 \frac{d\omega}{2\pi} \right]^{1/2}} \quad (11.19)$$

On définit la *charge équivalente au bruit* (CEB) en égalant S/B à l'unité et en calculant $CEB = Q$

$$CEB = \frac{C_T}{h_{max}} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} S_n(\omega) |K(\omega)|^2 \frac{d\omega}{2\pi} \right]^{1/2} \quad (11.20)$$

La charge équivalente au bruit est égale à l'amplitude de l'échelon de tension appliqué à l'entrée du préamplificateur qui produit un signal de sortie dont l'amplitude est égale à la valeur quadratique moyenne du bruit à la sortie.

On a posé

$$S_n(\omega) = a^2 + \frac{g^2}{\omega^2} \quad (11.21)$$

Il faut donc calculer

$$CEB = \frac{C_T}{h_{max}} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \left(a^2 + \frac{g^2}{\omega^2} \right) |K(\omega)|^2 \frac{d\omega}{2\pi} \right]^{1/2} \quad (11.22)$$

11.5 Filtrage $RC-CR$

Le filtre $RC-CR$ est constitué d'un différentiateur et d'un intégrateur de même constante de temps τ et sa fonction de transfert $K(\omega)$ est (à un facteur constant près)

$$K(\omega) = \frac{\omega^2 \tau^2}{(1 + \omega^2 \tau^2)^2} \quad (11.23)$$

Puisque

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left(a^2 + \frac{g^2}{\omega^2} \right) |K(\omega)|^2 \frac{d\omega}{2\pi} = \frac{1}{4} \left(\frac{a^2}{\tau} + g^2 \tau \right) \quad (11.24)$$

on trouve

$$CEB^2 = C_T^2 \frac{e^2}{4} \left(\frac{a^2}{\tau} + g^2 \tau \right) \quad (11.25)$$

En l'absence de détecteur, le courant I_d est nul et la CEB s'écrit

$$CEB^2 = \frac{e^2}{8} 4kT \left(\frac{\tau}{R_b} + \frac{R_s C_T^2}{\tau} \right) \quad (11.26)$$

Cette fonction de τ présente un minimum pour

$$\tau_{min} = \frac{a}{g} = \sqrt{R_s R_b C_T^2} \implies CEB_{min} = C_T e \frac{ag}{\sqrt{2}} = \sqrt{e^2 kT} \left(\frac{R_s}{R_b} \right)^{1/4} \sqrt{C_T} \quad (11.27)$$

11.6 Réponse indicielle

La réponse indicielle d'un circuit constitué de n intégrateurs et d'un différentiateur de même constante de temps τ est donnée par

$$h(t) = \frac{1}{n!} \left(\frac{t}{\tau} \right)^n e^{-t/\tau} H(t) \quad (11.28)$$

L'amplitude est maximum au temps

$$t_{max} = n\tau \quad (11.29)$$

La réponse indicielle d'un circuit constitué de n intégrateurs et de deux différentiateurs de même constante de temps τ est donnée par

$$h(t) = \frac{n+1 - (t/\tau)}{(n+1)!} \left(\frac{t}{\tau} \right)^n e^{-t/\tau} H(t) \quad (11.30)$$

L'amplitude est maximum au temps

$$t_{max} = \left(n + 1 - \sqrt{n + 1} \right) \tau \quad (11.31)$$

puis le signal coupe la ligne de base au temps

$$t_z = (n + 1)\tau \quad (11.32)$$

et est minimum au temps

$$t_{min} = \left(n + 1 + \sqrt{n + 1} \right) \tau \quad (11.33)$$

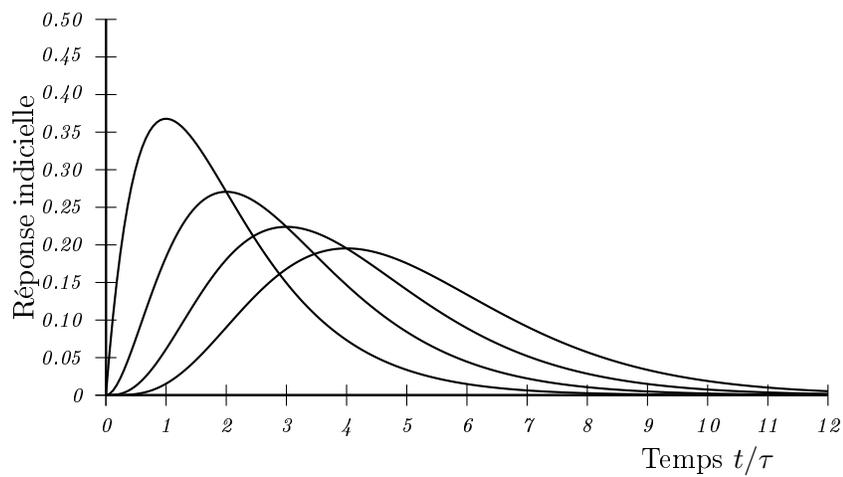


FIGURE 11.3 – Impulsion unipolaire.

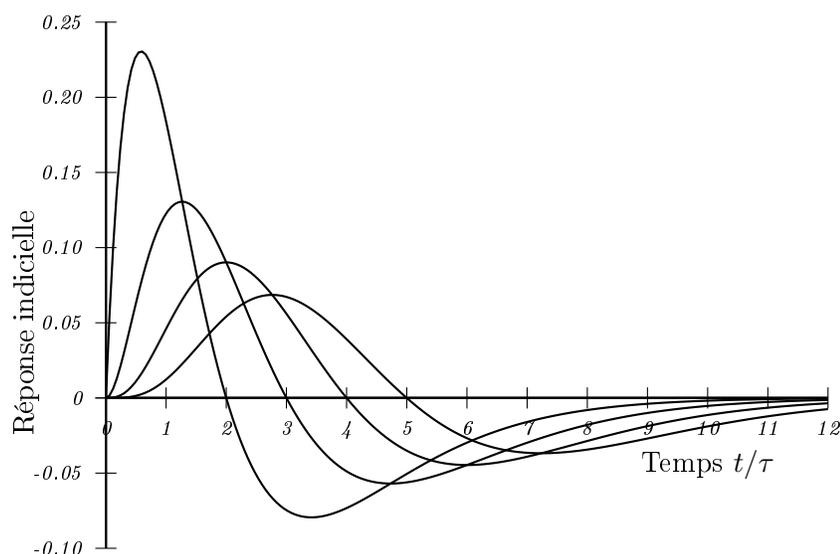


FIGURE 11.4 – Impulsion bipolaire.

11.7 Expérience

1. Mesurez la variation du gain de l'amplificateur en fonction de la constante de temps de filtrage.
2. Mesurez la valeur quadratique moyenne du bruit à la sortie de l'amplificateur en fonction
 - (a) de la constante de temps de filtrage τ ;
 - (b) de la capacité C_{ext} du condensateur placé à l'entrée du préamplificateur pour les quatre valeurs $C_{ext} = 0, 10, 20, 30$ pF ;
 - (c) du filtrage unipolaire ou bipolaire.
3. À l'aide du générateur d'impulsion connecté à l'entrée TEST du préamplificateur, convertissez le bruit mesuré en volt en équivalent d'énergie (keV) pour un détecteur Ge. Tracer en graphique Γ corrigé et exprimé en keV en fonction de τ pour les quatre valeurs de C_{ext} .
4. Mesurez à l'oscilloscope les temps caractéristiques des impulsions en fonction de la constante de temps de filtrage (voir les figures 11.3 et 11.4). À partir de ces résultats de mesures, déterminez la capacité d'entrée du préamplificateur et le nombre d'étages d'intégration de l'amplificateur.

Chapitre 12

Analyse radioisotopique - Détecteur HPGe

12.1 Préparation

Avant de commencer la manipulation, il y a lieu de se documenter sur

- les détecteurs HPGe ;
- les fonctions de l'analyseur multicanaux (MCA) ;
- les spectres d'émission gamma et les structures des spectres gamma expérimentaux (pic, continuum Compton, raies d'échappement, ...);
- la radioactivité naturelle

12.2 Matériel

12.2.1 Sources :

Les sources disponibles sont : Na^{22} , Co^{57} , Co^{60} , Cs^{137} , Ra^{226} , Th^{228} , Am^{241} . Pour chaque source, il vous faut connaître :

- l'activité ;
- le schéma de désintégration ;
- la nature des rayonnements émis ainsi que leurs énergies ;
- la présentation physique des sources : scellées ou non, minces ou épaisses, etc. ;
- les interactions possibles entre les rayonnements et le support.

Ne manipulez pas de source sans avoir réfléchi au préalable aux précautions et éventuellement aux moyens de protection.

12.2.2 Détecteur HPGe

Documentez-vous sur les caractéristiques du détecteur. Observez et justifiez les différents éléments du montage : cryostat, fenêtre Be, blindage multi-couches, alimentation avec limitation en courant, préamplificateur, module MCA, PC.

Remarques sur l'utilisation d'un HPGe :

1. Détecteur HPGe : établissez et coupez la tension progressivement. Lors de la mise sous tension, il faut surveiller constamment le courant dans le détecteur ; il doit spontanément retomber à 0 si on cesse d'augmenter la tension. Si ce n'est pas le cas, le détecteur est conducteur (souvent parce qu'il est mal refroidi) ; il faut alors immédiatement stopper toute manipulation et ramener la tension à 0. Si le courant retombe bien à 0, on peut continuer la mise sous tension jusqu'à la valeur de 4000 V ou 2000 V suivant le détecteur (se renseigner en début de séance). Le détecteur ne doit pas subir de choc ; il ne faut pas toucher la fenêtre en Be (toxique et fragile).
2. Échantillons inconnus : Veillez à bien évaluer les risques éventuels de contamination et à prendre les précautions de manipulation qui s'imposent (pincettes, gants,...). Veillez aussi à ne pas contaminer la fenêtre du détecteur (utilisation de papier absorbant pour recouvrir le détecteur).
3. Pour des mesures précises à l'HPGe, il faut laisser l'amplificateur sous tension en permanence et le laisser se stabiliser après toute variation de gain.

12.3 Manipulation

1) Installation : Installez les câbles permettant les connections entre les divers modules électronique ; si ils sont déjà en place, vérifiez que vous comprenez bien les branchements existants ainsi que les entrées-sorties des appareils.

2) Conditions de travail : À cause de l'étroitesse des pics, il faut si possible, étaler le spectre sur 4000 canaux ce qui entraîne des comptages relativement longs. On travaille généralement avec un gain de l'ADC égal au nombre de canaux du spectre et un offset nul. La tension de travail est fixée à 4000 V ou à 2000 V suivant le détecteur utilisé (se renseigner en début de manipulation). La tension est à établir

comme expliqué dans les remarques. Le choix du gain d'amplification est réalisé pour couvrir l'intervalle de 0 à 2.8 MeV avec les 4000 canaux.

3) Réglages et contrôle : Il faut déterminer la meilleure constante de mise en forme de l'impulsion (= shaping time) c'est-à-dire celle qui amène à la meilleure résolution. Pour cela, il faut se fixer sur un pic d'absorption totale (ex : 1.33 MeV du Co^{60}) et noter l'évolution de la résolution(= FWHM/n canal) en fonction de la valeur du shaping time, ce qui est assez long car il faut à chaque fois optimiser le réglage « pôle/zéro »(P/Z).

On se limitera pour une approche rapide à choisir un shaping time adéquat (2 μs à 6 μs) et à observer l'effet du réglage P/Z sur la résolution. Observer en même temps les impulsions sortant de « unipolar output » sur un oscilloscope. Le bon réglage « pôle/zéro » est normalement celui qui assure le meilleur retour à la ligne de base (sans over ou undershoot). Pour effectuer convenablement cette manipulation, il faut se référer au manuel d'utilisation.

4) Étalonnage en énergie : Cette manipulation vise à établir la correspondance entre le canal et l'énergie qui lui est associée dans les conditions actuelles. Elle peut se faire avec une source multipics (ex : Ra^{226}). Si on n'est pas familier avec le spectre assez complexe du radium, on peut effectuer d'abord un étalonnage préliminaire approché avec deux ou trois sources ne donnant que un ou deux pics. Pour profiter des avantages du HPGe, on traduira l'étalonnage par une régression du 2^{ème} degré. Le programme MCA contient une fonction d'étalonnage.

Enregistrez le spectre du radium pour y revenir par la suite.

5) Observation de quelques structures de spectres : Pour les sources de Na^{22} , Co^{57} , Co^{60} , Cs^{137} , Th^{228} et Am^{241} , on va relever les spectres et mettre en évidence les structures suivantes lorsqu'elles sont observables (on comparera l'énergie observée à celle prévue selon les tables ou le calcul) :

- le(s) pic(s) d'absorption totale(s) ;
- le(s) front(s) Compton ;
- les pics de sommation ;
- le pic de rétrodiffusion ;
- les raies X provenant de la source et éventuellement du blindage ;
- la raie d'annihilation ;
- les raies d'échappement simples et doubles.

6) Analyse radioisotopique qualitative : Il s'agit de faire le relevé du spectre d'un échantillon inconnu et d'identifier les émetteurs présents (faites des hypothèses quant à l'origine des radioisotopes).

7) Étalonnage en efficacité de détection et en largeur à mi-hauteur : Reprenez le spectre du radium et déterminez pour chacun des pics importants la largeur à mi-hauteur et l'aire nette. De l'aire nette, déduisez l'efficacité absolue de détection dans les conditions d'acquisition. Réalisez et commentez les graphiques

- de la largeur à mi-hauteur en fonction de l'énergie ;
- du $\ln(\epsilon_{\text{abs}})$ en fonction de $\ln(E)$

8) Détermination d'activité (optionnel) : Déterminez l'activité des émetteurs gamma contenus dans un échantillon inconnu, de géométrie semblable à celle de l'étalon de radium.

Chapitre 13

Annihilation électron-positron

13.1 Introduction

L'existence du positron, antiparticule associée à l'électron, fut proposée en 1931 par Dirac. L'année suivante le positron fut observé expérimentalement, vérifiant ainsi la théorie de Dirac.

Lorsqu'un électron (e^-) interagit avec un positron (e^+), il peut subir une transition radiative conduisant à l'*annihilation* des deux particules et à l'émission de photons. L'énergie totale du ou des photons est la somme des énergies totales de l'électron et du positron. Cette énergie peut être communiquée à un seul photon uniquement en présence d'une troisième particule, de manière à pouvoir assurer la conservation de la quantité de mouvement. Sinon, la conservation de la quantité de mouvement requiert l'émission d'au moins deux photons. Sauf restrictions spéciales, l'annihilation accompagnée de l'émission de deux ou trois photons est le processus le plus probable.

13.2 Conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement

En pratique, l'électron et le positron s'annihilent lorsque leurs énergies cinétiques sont faibles, c'est-à-dire beaucoup plus petites que $m_e c^2$ (avec m_e , la masse de l'électron/positron). On peut même supposer que l'énergie cinétique du positron est nulle lors de l'annihilation.

Écrivons les équations de conservation en exprimant les quantités de mouvement en unités de $m_e c$. Dans ces unités, $\vec{\mathbf{p}}$ est la quantité de mouvement de l'électron et

\vec{p}_1, \vec{p}_2 les quantités de mouvement des deux photons. On a donc

$$2 + \frac{1}{2}p^2 = p_1 + p_2 \quad (13.1)$$

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \quad (13.2)$$

Définissons deux vecteurs unitaires \vec{u}_1 et \vec{u}_2 tels que

$$\vec{p}_1 = p_1 \vec{u}_1 \quad (13.3)$$

$$\vec{p}_2 = -p_2 \vec{u}_2 \quad (13.4)$$

de sorte que le produit scalaire $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = \cos \theta_{12}$ définit l'angle θ_{12} entre les deux photons. Si \vec{u}_r est une direction perpendiculaire à \vec{u}_2 , on a

$$\vec{p} = p_r \vec{u}_r + p_z \vec{u}_2 \quad (13.5)$$

$$p^2 = p_r^2 + p_z^2 \quad (13.6)$$

L'équation de conservation de la quantité de mouvement peut donc s'écrire

$$p_1 \vec{u}_1 = p_r \vec{u}_r + (p_z + p_2) \vec{u}_2 \quad (13.7)$$

On en déduit

$$p_1^2 = p_r^2 + (p_z + p_2)^2 \quad (13.8)$$

et l'équation de conservation de l'énergie donne

$$p_1^2 = \left(2 + \frac{1}{2}(p_r^2 + p_z^2) - p_2 \right)^2 \quad (13.9)$$

L'élimination de p_1 de ces deux équations fournit p_2

$$p_2 = \frac{4 + p^2 + \frac{1}{4}p^4}{4 + p^2 + 2p_z} = \frac{4 + p_r^2 + p_z^2 + \frac{1}{4}(p_r^2 + p_z^2)^2}{4 + p_r^2 + p_z^2 + 2p_z} \quad (13.10)$$

$$= 1 - \frac{1}{2}p_z + \frac{1}{4}p_z^2 + \frac{1}{8}p_z p_r^2 - \frac{1}{32}p_z^3 p_r^2 + O(p_r)^4 + O(p_z)^4 \quad (13.11)$$

On calcule l'angle θ_{12} en remarquant que

$$\vec{p} \cdot \vec{u}_r = p_r = p_1 \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_r = p_1 \sin \theta_{12} \quad (13.12)$$

$$\vec{p} \cdot \vec{u}_2 = p_z = p_1 \vec{u}_2 \cdot \vec{u}_1 - p_2 = p_1 \cos \theta_{12} - p_2 \quad (13.13)$$

On a donc

$$\tan \theta_{12} = \frac{p_r}{p_z + p_2} \quad (13.14)$$

En développant en série de puissance de p_r et p_z , on trouve

$$\theta_{12} \approx p_r \left[1 - \frac{1}{2}p_z - \frac{1}{3}p_r^2 + \frac{1}{8}p_z (3p_r^2 - p_z^2) \right] \quad (13.15)$$

13.3 Ordres de grandeur

Dans un milieu, tel qu'un métal, le positron est thermalisé avant de s'annihiler avec un électron et l'énergie cinétique T de l'électron est inférieure à l'énergie de Fermi E_F . La relation entre l'énergie cinétique T et la quantité de mouvement réduite p est

$$p = \sqrt{\frac{2T}{m_e c^2}} \leq p_{max} = \sqrt{\frac{2E_F}{m_e c^2}} \quad (13.16)$$

Si $E_F = 10$ eV, on trouve $p_{max} = 6.26 \times 10^{-3}$. Cette valeur de p_{max} étant faible, on peut se limiter au terme du premier ordre dans les développements en série de p_2 et θ_{12} . Il en résulte que

$$p_1 = 1 + \frac{1}{2}p_z \quad (13.17)$$

$$p_2 = 1 - \frac{1}{2}p_z \quad (13.18)$$

$$\Delta p_1 = -\Delta p_2 = \frac{1}{2}p_z \quad (13.19)$$

$$\theta_{12} = p_r \quad (13.20)$$

Puisque $p_1(p_2)$ est égal au rapport $E_1/m_e c^2 (E_2/m_e c^2)$ de l'énergie du photon $E_1 (E_2)$ et de l'énergie au repos de l'électron, on a

$$\Delta E_1 = E_1 - m_e c^2 = -\Delta E_2 = \frac{m_e c^2}{2} p_z \quad (13.21)$$

Si $p = 0$, on trouve $\theta_{12} = 0$, $p_1 = p_2 = 1$ et $\Delta E_1 = \Delta E_2 = 0$: les deux photons sont émis à 180° l'un de l'autre et leur énergie est égale à $m_e c^2 = 511$ keV.

Si $p \neq 0$, la valeur de p_2 dépend de la projection p_z de la quantité de mouvement de l'électron sur la direction d'émission du photon et l'angle θ_{12} dépend de la projection de la quantité de mouvement p_r sur un plan perpendiculaire.

Si on remplace p_z et p_r par p_{max} calculé pour E_F , on obtient

$$\Delta p_1 = -\Delta p_2 = 3.13 \times 10^{-3} \quad (13.22)$$

$$\theta_{12} = 6.26 \times 10^{-3} = 0.359^\circ \quad (13.23)$$

$$|\Delta E_1| = |\Delta E_2| = 1.60 \text{ keV} \quad (13.24)$$

Cet écart en énergie est important et du même ordre de grandeur que la résolution en énergie (2 keV) d'un détecteur semi-conducteur. Ceci explique pourquoi la largeur à mi-hauteur du pic d'annihilation est plus grande que celle d'un autre pic à la même énergie.

13.4 Exercices

13.4.1 Annihilation dans un gaz d'électrons libres

Dans un gaz dégénéré d'électrons, la distribution des quantités de mouvement est uniforme à l'intérieur de la sphère de Fermi de rayon p_F et nulle à l'extérieur. L'énergie de Fermi est égale à $E_F = p_F^2/2m$.

1. Calculez les distributions $\rho_r(p_r)$ et $\rho_z(p_z)$ des électrons.
2. Déterminez la distribution en énergie des gammas d'annihilation.
3. Dans les spectres γ mesurés à l'aide d'un détecteur Ge(Li), on observe que la largeur à mi-hauteur Γ du pic à 511 keV est plus élevée que celle d'autres pics d'énergies voisines. En effet, à 514 keV, on trouve $\Gamma = 1.28$ keV alors que le pic d'annihilation a une largeur de 2.50 keV (voir figure 13.1). En admettant que la forme d'un pic est normalement gaussienne, donnez l'expression de la forme du pic à 511 keV. Évaluez la largeur à mi-hauteur de ce pic, sachant que l'annihilation a lieu dans l'aluminium ($E_F = 11.7$ eV). Comparez votre résultat avec le résultat expérimental.

13.4.2 Temps de résolution

Dans des mesures de coïncidences, on enregistre des coïncidences fortuites en plus des coïncidences vraies. Le nombre de coïncidences fortuites par unité de temps C_f dépend des taux de comptage (C_1 et C_2) dans chacune des voies de coïncidence et aussi du temps de résolution τ de chaque circuit de mesure ($\tau_1 = \tau_2 = \tau$) :

$$C_f = 2\tau C_1 C_2 \quad (13.25)$$

Démontrez cette relation.

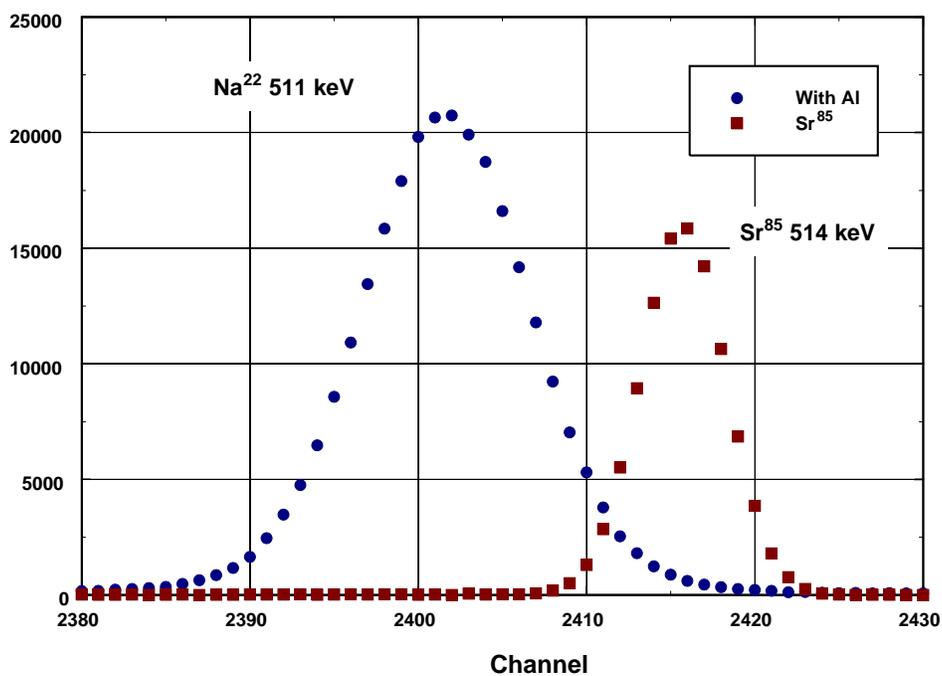


FIGURE 13.1 – Pics d’absorption totale des γ d’annihilation à 511 keV et des γ émis par du Sr^{85} . L’annihilation des positrons a lieu dans l’aluminium.

13.5 Expérience

On se propose de mesurer la distribution angulaire des gammas d'annihilation. On dispose pour cela d'une source Na^{22} , de deux détecteurs montés sur une table de corrélation angulaire, d'une double chaîne de spectrométrie gamma et d'un circuit de coïncidence.

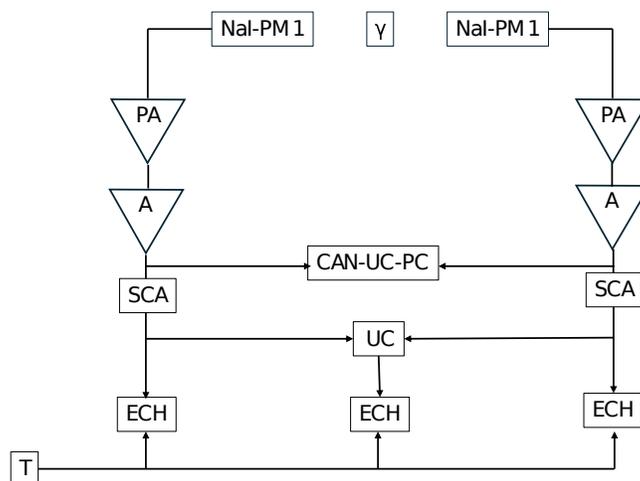


FIGURE 13.2 – Schéma de la double chaîne de mesure.

1. Décrivez le principe de la mesure ainsi que le schéma de l'installation expérimentale.
2. Déterminez le temps de résolution τ en procédant de trois manières différentes :
 - (a) à partir des caractéristiques des circuits électroniques ;
 - (b) à l'aide d'un retard variable placé dans l'une des chaînes ;
 - (c) en utilisant deux sources qui ne provoquent aucune coïncidence vraie et en mesurant N_f , N_1 et N_2 .
3. Mesurez la distribution angulaire des gammas d'annihilation avec les échelles de comptage et en utilisant le spectre de coïncidence. Justifiez cette distribution.

Chapitre 14

Détecteur CZT

14.1 Introduction

Le détecteur HPGe est le détecteur présentant la meilleure résolution parmi tous les détecteurs de rayonnements γ . Cependant son faible gap (0.67 eV) nécessite de le refroidir pour pouvoir l'utiliser correctement. Il existe donc une volonté de développer des détecteurs caractérisés par une excellente résolution et un gap élevé pour éviter cette nécessité de refroidissement. De plus, afin de maximiser l'effet photoélectrique pour la détection des γ , ces "nouveaux" détecteurs doivent être constitués de matériaux à Z élevé.

Parmi les possibles matériaux candidats, le composé ternaire tellure de cadmium-zinc ou $\text{Cd}_{1-x}\text{Zn}_x\text{Te}$ (avec $0.04 < x < 0.2$), aussi appelé CZT, est celui qui s'est le plus développé ces 20 dernières années. En effet, en raison du nombre atomique élevé de ses matériaux constitutifs (respectivement $Z = 48, 30, 52$), le détecteur CZT présente un coefficient d'absorption photoélectrique largement plus important que le germanium. Ce fait ajouté à sa masse volumique élevée ($\sim 6 \text{ mg/cm}^3$) implique qu'une tranche de 2 mm de tellure de cadmium-zinc équivaut à 10 mm de germanium en termes d'absorption gamma. De plus sa large bande d'énergie interdite (qui varie entre 1.41 et 1.64 en fonction de la valeur de x) permet un fonctionnement à température ambiante et donc l'absence de système de cryogénie. Finalement, le CZT est aussi caractérisé par des propriétés de transport correctes puisque la mobilité et la durée de vie des charges, électrons et trous, permettent d'obtenir une résolution en énergie de l'ordre de 2% à 662 keV, soit 3 fois supérieure par rapport à celle d'un détecteur NaI(Tl) et 4 fois celle d'un détecteur BGO (voir Fig. 14.1).

Malgré ses nombreux avantages par rapport aux détecteurs à scintillation ou aux détecteurs au silicium, le détecteur CZT présente plusieurs défauts. Première-

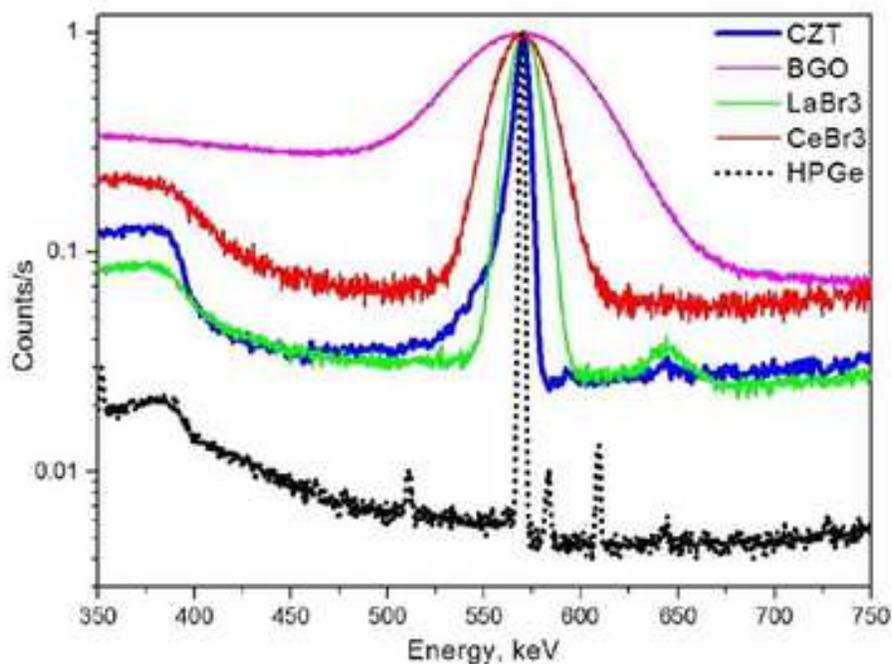


FIGURE 14.1 – Résolution pour différents détecteurs exposés à une source de ^{207}Bi .

ment, il est difficile d'obtenir un cristal sans défaut (inclusions métalliques, frontière de grains,...), ce qui implique une reproductibilité limitée et limite son volume. Il est ainsi difficile de produire de grands monocristaux homogènes. Ce faible volume explique la faible efficacité de détection pour les photons γ d'énergie élevée. Deuxièmement, l'efficacité de collection des trous est faible, ces derniers pouvant donc être piégés (en raison des défauts présents dans le matériau) lors de leur déplacement vers la cathode. Ainsi la collection des trous est imparfaite (principalement pour les ionisations se produisant à proximité de l'anode, les trous ayant une grande distance à parcourir) et entraîne une sous-estimation de l'énergie des photons détectés et donc un élargissement du spectre en énergie représenté par une traînée (queue) à basse énergie du pic.

Cependant, ce problème peut être corrigé dans les dernières générations de CZT. Cela se fait, par exemple, via l'utilisation d'anodes coplanaires de telle sorte que le signal ne dépende que du mouvement des électrons. Pour ce faire, on remplace l'électrode anodique plane par un ensemble de fines bandes parallèles. Les bandes sont reliées alternativement à deux amplificateurs différents, formant donc deux électrodes

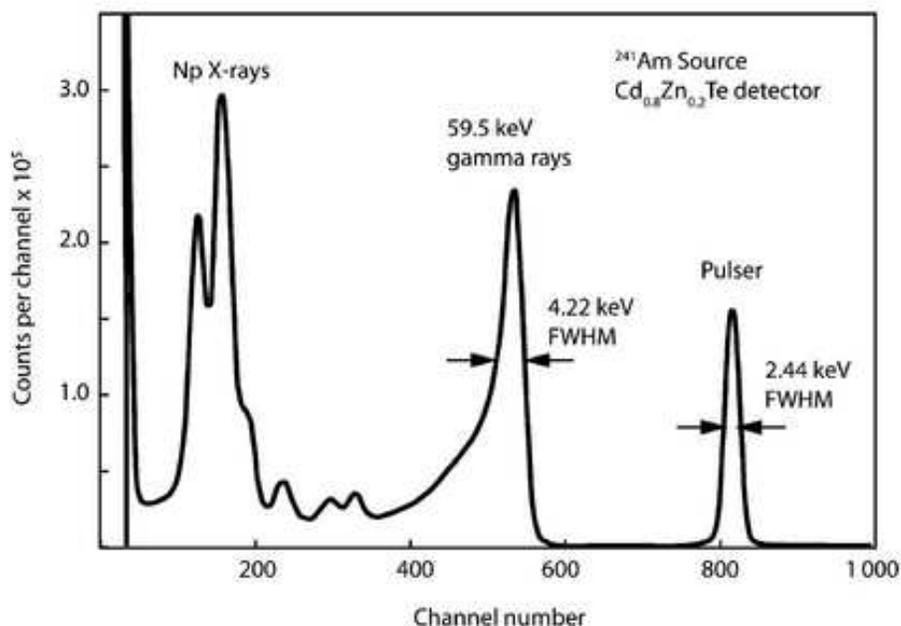


FIGURE 14.2 – Représentation de la traînée à basse énergie pour un détecteur CZT.

de lecture indépendantes. Un ensemble de bandes, appelé anode A, est amené à un potentiel positif légèrement plus grand que l'autre ensemble de bandes, appelé anode B. De cette manière, les électrons ne se rassemblent que sur l'anode A. Le mouvement des charges à grande distance du plan des bandes induit le même signal sur les deux anodes. Le mouvement des électrons à proximité des bandes induit l'essentiel du signal sur l'anode A uniquement. La différence entre les signaux sur les deux anodes, A-B, ne dépend donc que du mouvement des électrons dans les derniers 100 microns à proximité de l'anode. Le détecteur GR1 de Kromek utilisé dans cette manipulation est doté de cette technologie, limitant la traînée à basse énergie.

14.2 Caractéristiques du détecteur CZT utilisé

Le détecteur GR1 de Kromek est un spectromètre γ utilisant un cristal CZT de volume $1 \times 1 \times 1 \text{ cm}^3$. Il est muni du dispositif d'anodes coplanaires. Il est fourni "tout en un" avec le préamplificateur, l'amplificateur et le MCA ; un câble USB permet de transmettre les données au PC tout en fournissant, via ce dernier, la tension (qui est fixe et ne peut donc être modifiée). Ses spécifications sont données à la Table 14.1.

Détecteur	$1 \times 1 \times 1 \text{ cm}^3$ CZT
Proportions	$\text{Cd}_{0.9}\text{Zn}_{0.1}\text{Te}$
Gap en énergie	1.44 eV
Énergie par paire $e^- - h^+$	4.7 eV
Masse volumique	5.86 g/cm ³
Plage d'énergie	30 keV - 3.0 MeV
Résolution en énergie à 662 keV	1.9%
Résolution en énergie à 59.5 keV	7.67 keV

TABLE 14.1 – Spécifications du détecteur CZT GR1.

La courbe de calibration du détecteur est fournie par le constructeur (P indiquant l'adresse et E l'énergie en keV) :

$$E = 0.291 + 0.744P + 4.17 \times 10^{-6}P^2. \quad (14.1)$$

14.3 Exercices

1. Sachant que plusieurs études ont montré que le facteur de Fano pour un détecteur CZT est de l'ordre de 0.089, déterminez la part de la largeur à mi-hauteur due à l'électronique pour le détecteur GR1 de Kromek (voir données de la Table 14.1).
2. En utilisant le graphique de la figure 14.3, estimez l'épaisseur des matériaux suivants nécessaire pour mesurer 50% d'un faisceau de photons γ de 662 keV subissant au moins une interaction : Si, Ge, CdTe et HgI₂. Pour chaque cas, estimez également les fractions des interactions initiales qui sont, soit de l'absorption photoélectrique, soit de la diffusion Compton.
3. Toujours en utilisant le graphique de la figure 14.3, estimez le pourcentage minimum d'un faisceau de photons γ produits par une source d'Am²⁴¹ qui

contribuera au pic d'absorption totale principal du spectre lors de sa mesure avec le GR1 de Kromek. Commentez.

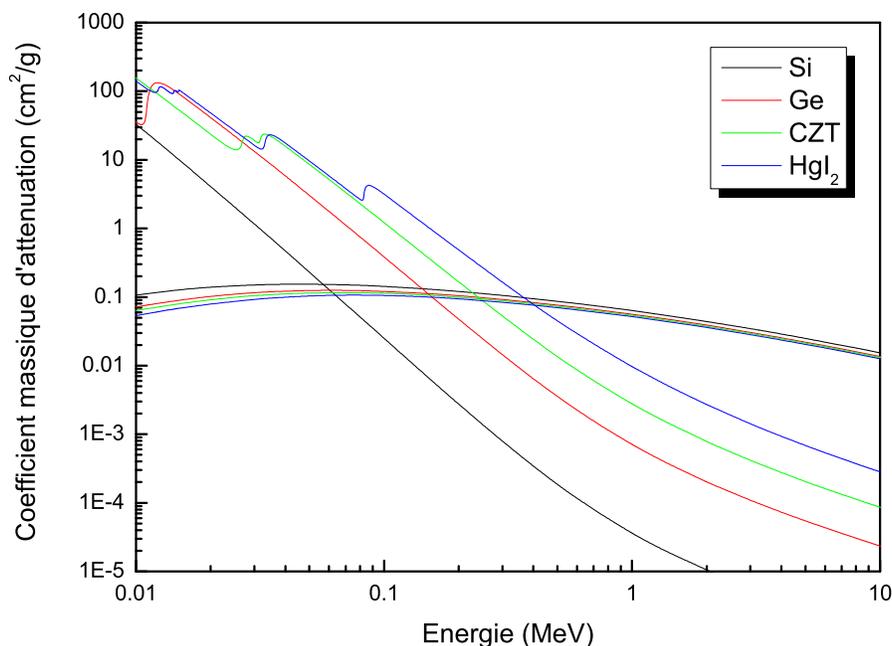


FIGURE 14.3 – Coefficients d'atténuation (effets photoélectrique et Compton) pour des photons incidents sur du Si, Ge, CdTe et HgI_2 . Les masses volumiques de ces matériaux sont $\rho(\text{Si}) = 2.33 \text{ g/cm}^3$, $\rho(\text{Ge}) = 5.32 \text{ g/cm}^3$, $\rho(\text{CZT}) = 5.86 \text{ g/cm}^3$ et $\rho(\text{HgI}_2) = 6.36 \text{ g/cm}^3$

14.4 Expérience

Vous disposerez des sources suivantes : Cs^{137} , Na^{22} , Co^{60} , Am^{241} et Ba^{133} .

1. Relevez le spectre γ pour chaque source. Notez, pour tous les pics d'absorption totale, leur position P , leur largeur à mi-hauteur Γ , leurs demi-largeurs à mi-hauteur (partie haute Γ_h et partie basse Γ_b). Notez aussi les positions de TOUTES les structures apparaissant dans les spectres.
2. Identifiez tous les pics.
3. Établissez les courbes de calibration au premier ordre et au deuxième ordre. Comparez vos résultats à la courbe fournie par le constructeur.

4. Comparez les énergies des seuils Compton théoriques et expérimentaux.
5. Identifiez les autres structures du spectre (vérifiez leur énergie).
6. Tracez le graphique de Γ et Γ/P en fonction de l'énergie. Commentez.
7. Tracez le graphique de Γ_h/Γ et Γ_b/Γ en fonction de l'énergie. Commentez.

Appendices

Annexe A

Matériel de laboratoire

Nous donnons ici quelques informations sur les instruments utilisés lors des séances de laboratoire. L'électronique est modulaire, chaque module NIM (« *Nuclear Instrumentation Module* ») a une fonction spécifique. Les modules sont installés dans une baie qui leur fournit l'alimentation basse tension indispensable ($\pm 6, \pm 12, \pm 24$ V). Le préamplificateur est un module séparé, directement couplé au détecteur.

Détecteur. Il est représenté sur les schémas par un simple condensateur et délivre une impulsion de courant $i(t) = Q\delta(t)$. La charge Q est proportionnelle à l'énergie déposée par la particule dans le milieu détecteur. Elle constitue donc le signal à mesurer.

Alimentation haute tension (HT) : La collection des charges nécessite une différence de potentiel. Celle-ci est appliquée au détecteur ou au photomultiplicateur.

Préamplificateur : La charge Q délivrée par le détecteur est le signal d'entrée du préamplificateur. À sa sortie, on a une impulsion de tension dont l'amplitude est $V = Q/C$. La capacité C est la capacité totale à l'entrée du préamplificateur : c'est la somme $C = C_d + C_{in}$ de la capacité du détecteur et de celle des éléments connectés aux bornes du détecteur. On distingue deux types de préamplificateur :

1. Le préamplificateur de tension pour lequel $C_d \approx C_{in}$, l'amplitude V dépend de la capacité du détecteur. Si elle varie, le signal varie aussi. Certains détecteurs, comme les détecteurs semi-conducteurs, ont une capacité qui ne dépend pas uniquement de leurs dimensions géométriques. Dans ce cas, on ne peut pas utiliser un préamplificateur de tension.

2. Le préamplificateur de charge. On s'arrange pour que la capacité C_{in} soit très grande. Alors le signal V est indépendant de la valeur de C_d .

Dans les deux cas, le signal $v(t)$ est une impulsion dont le temps de montée est souvent très court et qui décroît exponentiellement avec une constante de temps $\tau_0 \approx 30\mu s$ imposée par le préamplificateur

$$v(t) = \frac{Q}{C} e^{-t/\tau_0} H(t) \quad (\text{A.1})$$

où $H(t)$ est la fonction échelon d'amplitude unité.

Amplificateur : Il amplifie avec un gain A et adapte le signal délivré par le préamplificateur de manière à permettre une mesure précise de son amplitude. Il dispose d'un filtre passe-bande dont on peut régler un paramètre τ de manière à optimiser le rapport signal-bruit. Le signal produit est une impulsion dont la largeur est de quelques microsecondes. Son amplitude est S .

Convertisseur analogique-digital : Il convertit le signal S en un nombre entier compris entre 0 et $2^N - 1$, où N est le nombre de bit du convertisseur. Le nombre codé sur N bit est transmis à une carte multicanaux intégrée dans un PC. Celle-ci comporte une mémoire d'au moins 2^N adresses et, à chaque réception d'un nouveau nombre, on incrémente d'une unité l'adresse correspondante. On retrouve ainsi, dans la mémoire de la carte, l'histogramme des amplitudes des signaux mesurés par l'ADC.

Sélecteur d'amplitude (ou sélecteur monocanal noté SCA) : Cette unité reçoit l'impulsion fournie par l'amplificateur et délivre une impulsion normalisée (amplitude : 5 ou 10 V et largeur : $0.5 \mu s$) si l'amplitude S de l'impulsion est comprise entre un seuil inférieur S_{inf} et un seuil supérieur S_{sup} .

Échelle de comptage (ECH) : Il s'agit d'un compteur qui reçoit les impulsions délivrées par le sélecteur monocanal et les additionne dans un registre de comptage dont le contenu est affiché.

Horloge (ou timer) : Elle définit la durée du comptage des impulsions dans l'échelle de comptage en fournissant à cette dernière un niveau haut l'autorisant à accepter et donc à compter les impulsions pendant un temps présélectionné.

Annexe B

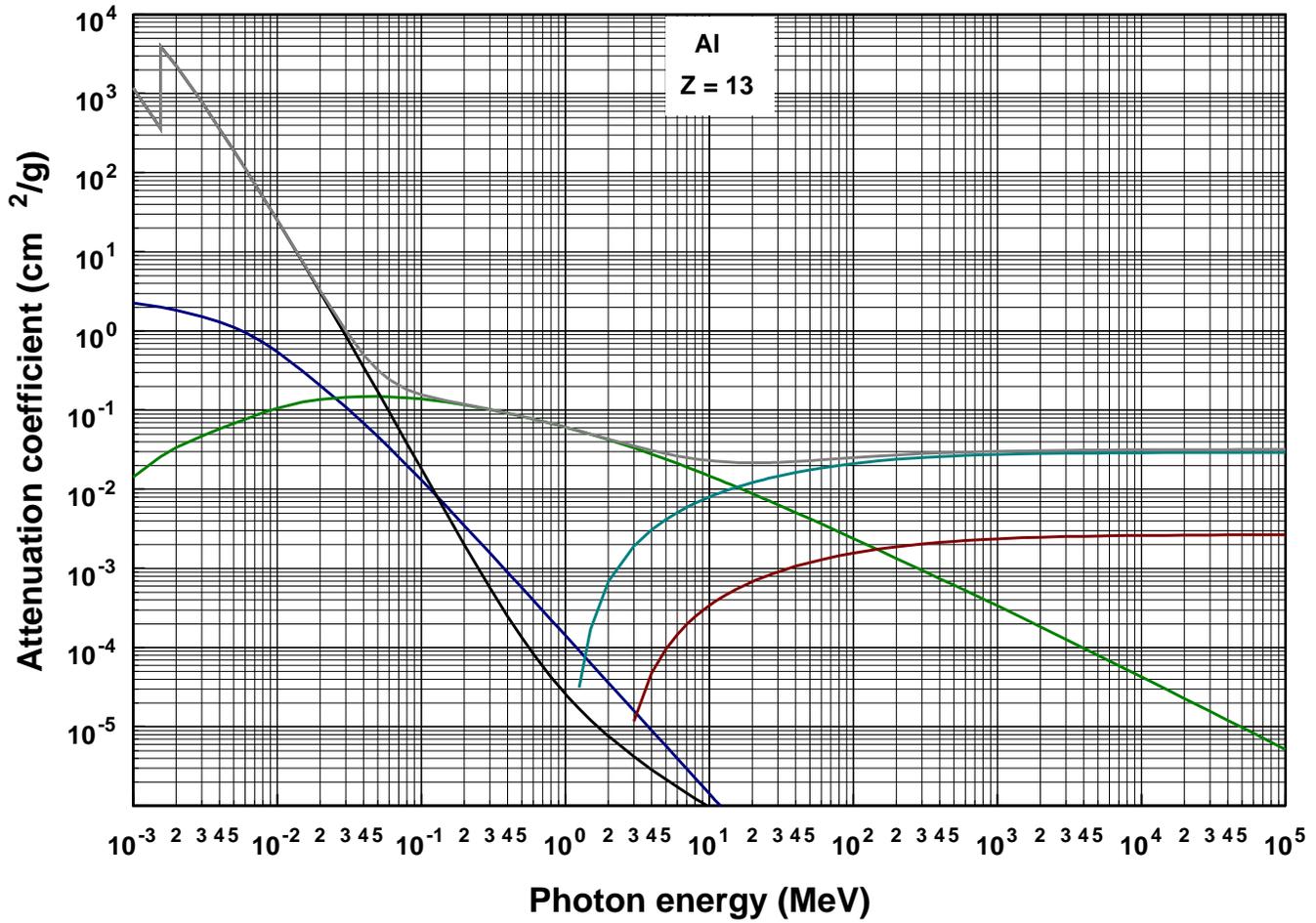
Figures

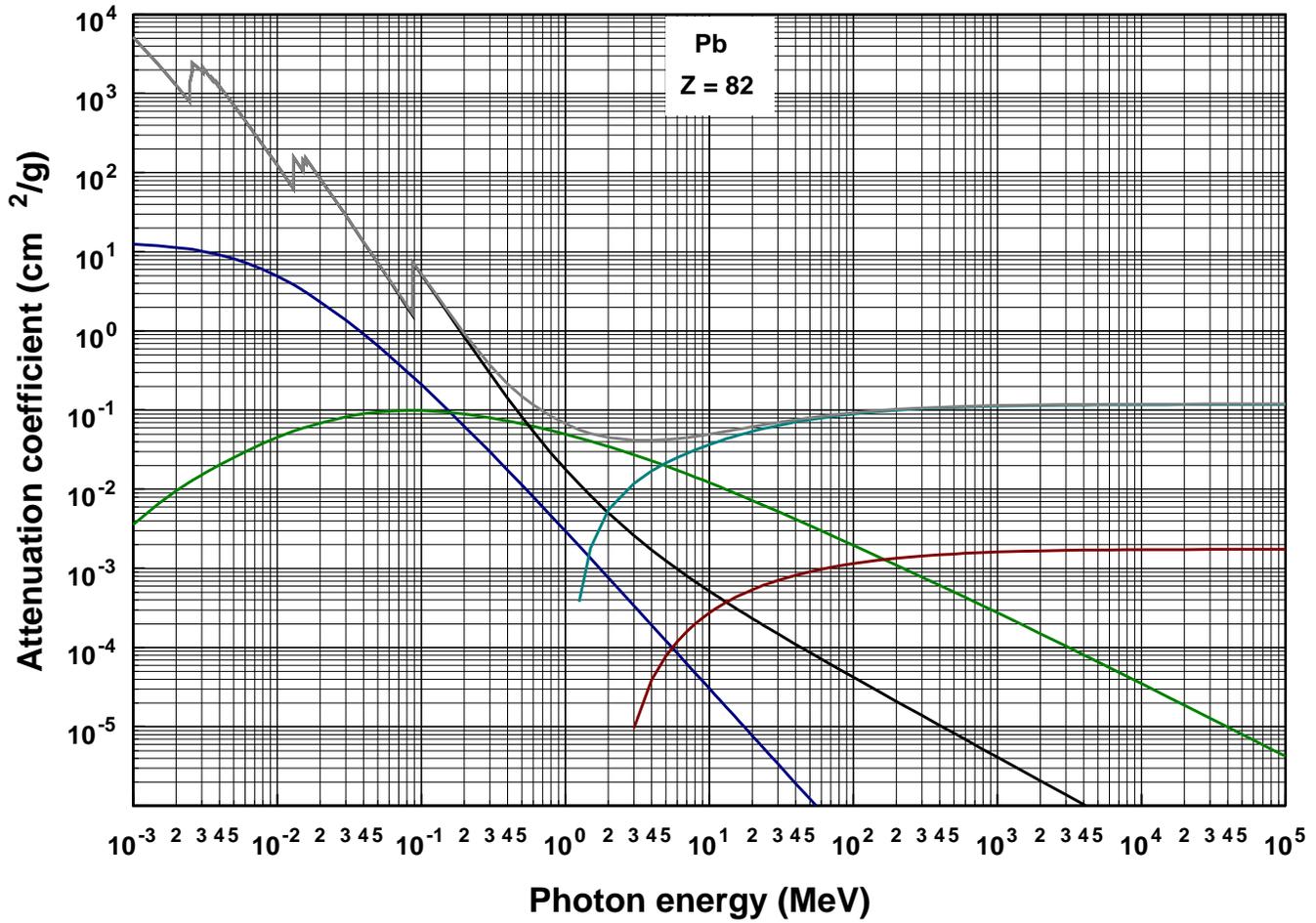
Coefficients massiques :

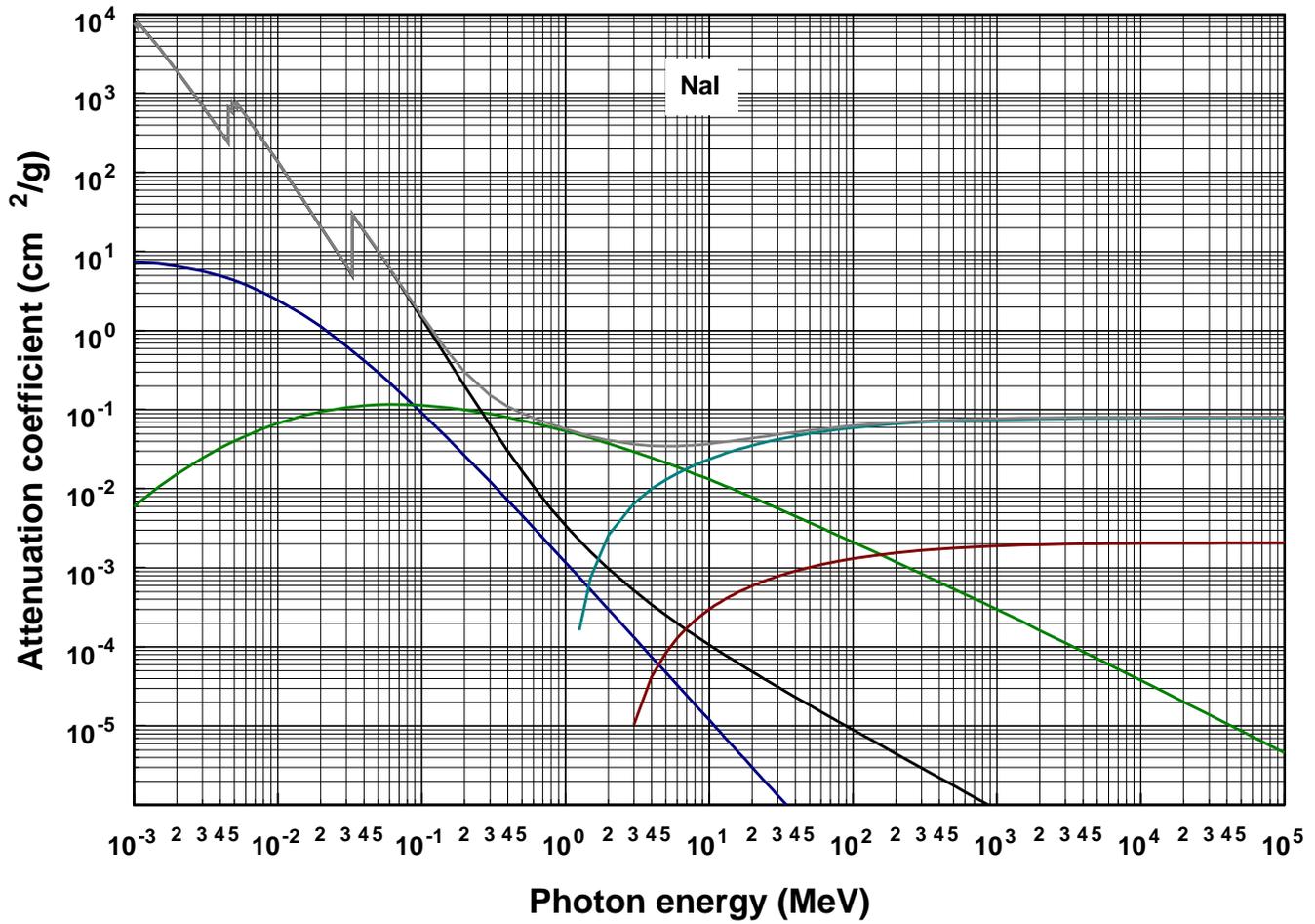
1. Aluminium ;
2. Plomb ;
3. Iodure de sodium ;
4. Air ;
5. Stilbène.

Parcours des électrons :

6. Aluminium, iodure de sodium et stilbène.

FIGURE B.1 – Coefficients massiques de l'aluminium ($Z = 13$, $\rho = 2.6989 \text{ g/cm}^3$).

FIGURE B.2 – Coefficients massiques du plomb ($Z = 82$, $\rho = 11.35 \text{ g/cm}^3$).

FIGURE B.3 – Coefficients massiques du NaI ($\rho = 3.67 \text{ g/cm}^3$).

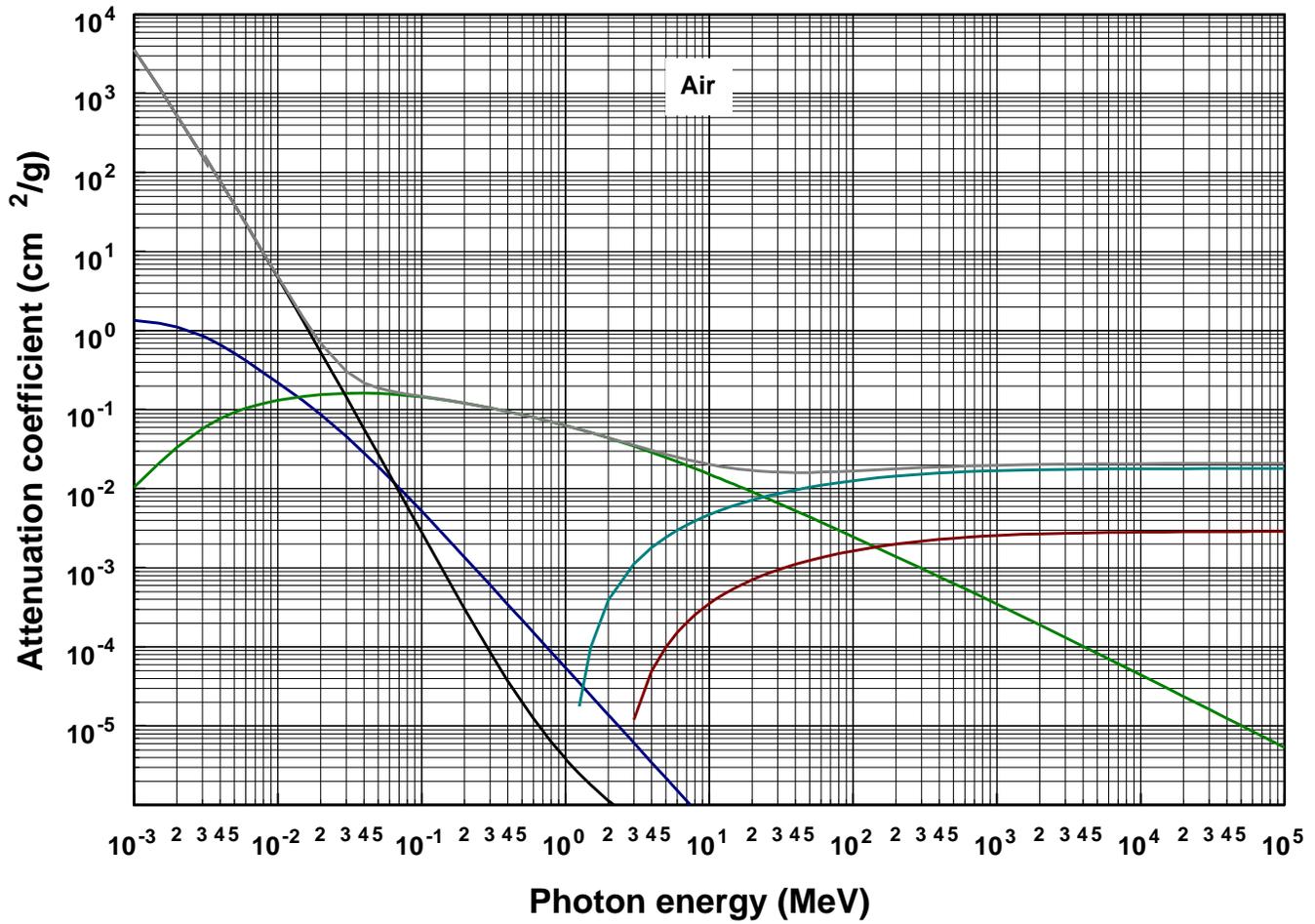


FIGURE B.4 – Coefficients massiques de l'air (N 75.5, O 23.2, Ar 1.3) ($\rho = 0.00125 \text{ g/cm}^3$).

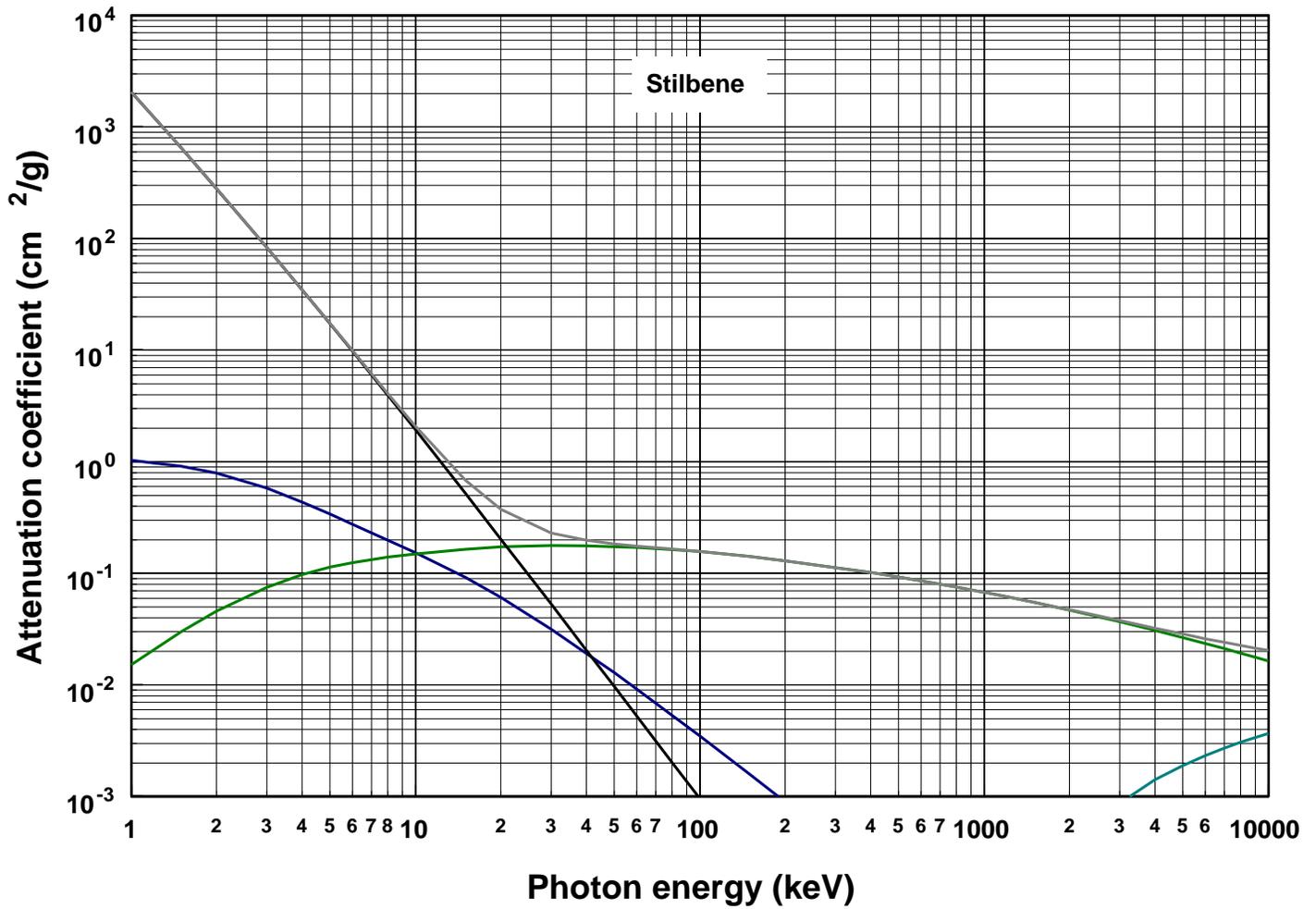


FIGURE B.5 – Coefficients massiques d'un plastique scintillant (stilbène) ($\rho = 0.9707 \text{ g/cm}^3$).

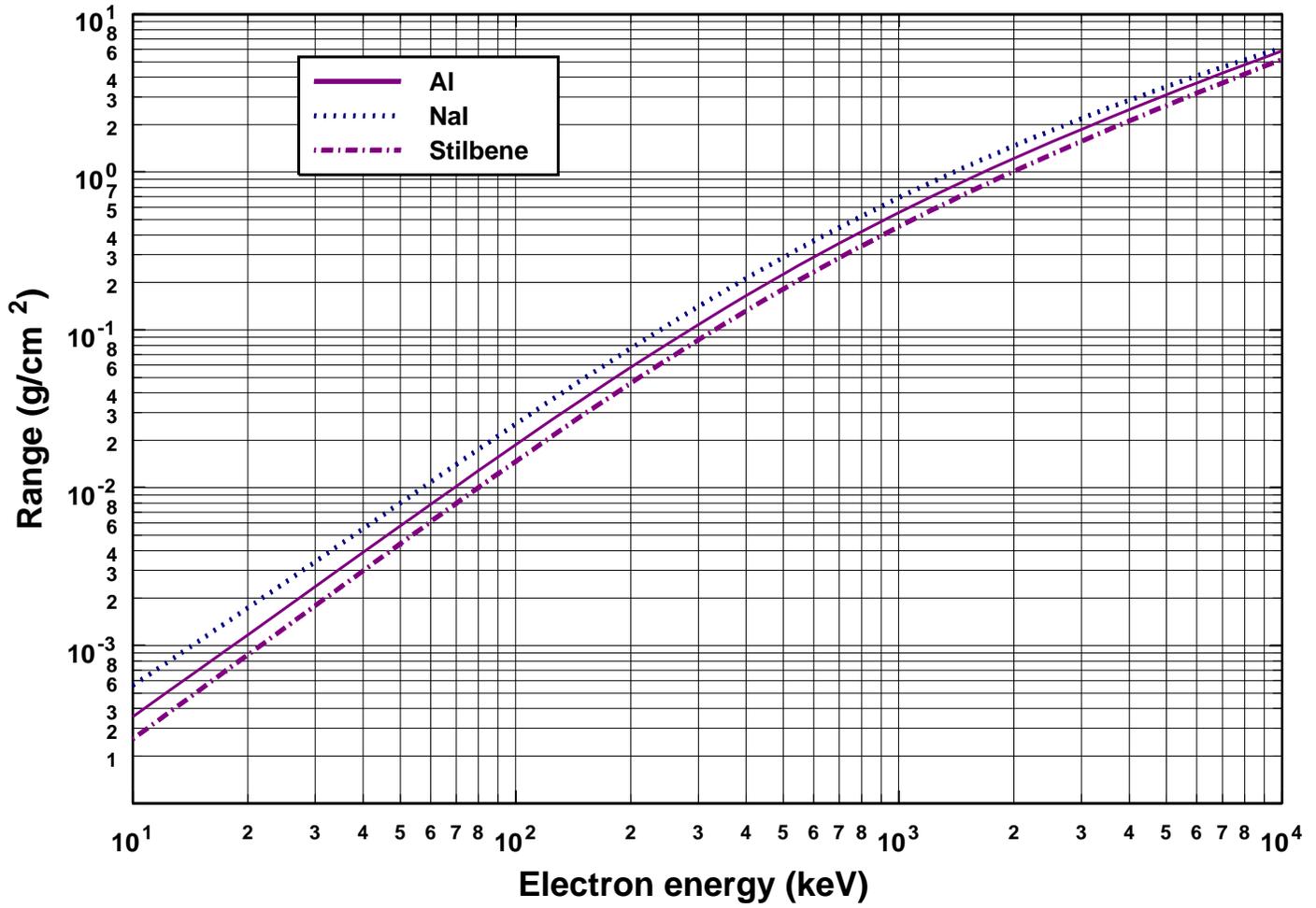


FIGURE B.6 – Parcours des électrons dans l'aluminium ($\rho = 2.6989 \text{ g/cm}^3$), le NaI ($\rho = 3.667 \text{ g/cm}^3$) et le stilbène ($\rho = 0.9707 \text{ g/cm}^3$).