

Chapitre 4:

Interaction des photons avec la matière

Contenu

- Introduction
- Effet Compton
- Effet photoélectrique
- Création de paire
- Coefficients d'atténuation

Considérations de base

- Les photons sont classifiés en fonction de leur origine →
 - Les rayons γ sont émis lors de transitions nucléaires $E_\gamma = h\nu = E_i - E_f$ si on néglige l'énergie de recul du noyau (en général $\rightarrow E_\gamma > 100 \text{ keV}$)
 - Le Bremsstrahlung (rayons X de spectre continu) résulte de l'accélération d'une particule chargée
 - Les rayons X caractéristiques sont émis lors de transitions électroniques entre les couches atomiques K, L, M, ... (en général $\rightarrow E_x < 100 \text{ keV}$)
- Sa quantité de mouvement vaut $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ avec $p = E_\gamma/c$ et k , le nombre d'onde
- Les photons interagissent avec la matière via des processus isolés → entre 2 processus → il n'y pas d'interaction (comportement \neq de celui des particules chargée \leftrightarrow force de Coulomb)
- Les photons sont des rayonnements indirectement ionisants

Différentes interactions des γ avec la matière (1)

Pour $1 \text{ keV} < E_\gamma < 1 \text{ GeV}$ \rightarrow Classification de Fano \rightarrow 4 types d'interaction et 3 conséquences de l'interaction \rightarrow 12 processus théoriques possibles (même si certains sont extrêmement rares ou n'ont jamais été observés)

Type d'interaction	Effet de l'interaction
1: Électron atomique	A: Diffusion cohérente
2: Noyau atomique	B: Diffusion incohérente
3: Champs électrique des noyaux et électrons atomiques	C: Absorption totale
4: Champs mésonique des noyaux atomiques	

Différentes interactions des γ avec la matière (2)

- Seuls trois effets dominant \rightarrow
 1. Effet Compton (1B): Le photon est diffusé par un électron libre ou faiblement lié \rightarrow La somme de l'énergie du photon et de l'énergie cinétique de l'électron est égale à l'énergie du photon incident
 2. Effet Photoélectrique (1C): Le photon est absorbé par un système électronique (atome) \rightarrow il cède toute son énergie \rightarrow un électron atomique est éjecté hors de l'atome avec une énergie cinétique égale à l'énergie du photon moins l'énergie de liaison de l'électron dans l'atome
 3. Création de paire (3C): Dans le champ électrique d'un noyau ou d'un électron \rightarrow le photon disparaît et une paire électron-positron apparaît
- Deux autres processus peuvent aussi jouer un rôle \rightarrow
 1. Diffusion Rayleigh (1A): Le photon est diffusé sans perte d'énergie par un système électronique (atome)
 2. Photodésintégration du noyau (2C): Le photon est absorbé par le noyau et une particule est émise (γ , α , p, n, ...)

Correspondance couche atomique ↔ configuration électronique

Couche atomique	Configuration e ⁻
<i>K</i>	1s ($j = 1/2$)
<i>L_I</i>	2s ($j = 1/2$)
<i>L_{II}</i>	2p ($j = l - s = 1/2$)
<i>L_{III}</i>	2p ($j = l + s = 3/2$)
<i>M_I</i>	3s ($j = 1/2$)
<i>M_{II}</i>	3p ($j = l - s = 1/2$)
<i>M_{III}</i>	3p ($j = l + s = 3/2$)
<i>M_{IV}</i>	3d ($j = l - s = 3/2$)
<i>M_V</i>	3d ($j = l + s = 5/2$)
<i>N_I</i>	4s ($j = 1/2$)
<i>N_{II}</i>	4p ($j = l - s = 1/2$)
<i>N_{III}</i>	4p ($j = l + s = 3/2$)
<i>N_{IV}</i>	4d ($j = l - s = 3/2$)
<i>N_V</i>	4d ($j = l + s = 5/2$)
<i>N_{VI}</i>	4f ($j = l - s = 5/2$)
<i>N_{VII}</i>	4f ($j = l + s = 7/2$)

Energies de liaison

Z	Élément	<i>K</i>	<i>LI</i>	<i>LII</i>	<i>LIII</i>	<i>MI</i>	<i>MII</i>	<i>MIII</i>	<i>MIV</i>	<i>MV</i>
1	H	0.014								
2	He	0.025	0.001							
3	Li	0.055	0.003	0.001	0.001					
4	Be	0.111	0.006	0.002	0.002					
5	B	0.188	0.009	0.004	0.004					
6	C	0.284	0.013	0.005	0.005					
7	N	0.4	0.018	0.007	0.007					
8	O	0.533	0.024	0.009	0.009					
9	F	0.687	0.032	0.012	0.012					
10	Ne	0.867	0.045	0.018	0.018	0.001				
11	Na	1.0721	0.063	0.032	0.032	0.002				
12	Mg	1.305	0.088	0.05	0.05	0.003				
13	Al	1.5596	0.118	0.073	0.073	0.005				
14	Si	1.8389	0.151	0.099	0.1	0.007	0.0011	0.001		
15	P	2.1455	0.188	0.1301	0.13	0.01	0.0021	0.002		
16	S	2.472	0.227	0.1651	0.165	0.014	0.0041	0.004		
17	Cl	2.8224	0.27	0.203	0.202	0.018	0.0071	0.007		
18	Ar	3.2029	0.32	0.247	0.245	0.025	0.0121	0.012		
19	K	3.6074	0.377	0.296	0.294	0.034	0.0181	0.018		
20	Ca	4.0381	0.438	0.35	0.346	0.044	0.0251	0.025		
21	Sc	4.4928	0.5	0.406	0.401	0.053	0.0321	0.032		
22	Ti	4.9664	0.563	0.462	0.456	0.06	0.0351	0.035		
23	V	5.4651	0.628	0.521	0.513	0.066	0.0381	0.038		
24	Cr	5.9892	0.696	0.584	0.575	0.074	0.0421	0.042	0.0011	0.001
25	Mn	6.539	0.769	0.651	0.64	0.084	0.0471	0.047	0.0021	0.002
26	Fe	7.112	0.846	0.721	0.708	0.093	0.0531	0.053	0.0031	0.003
27	Co	7.7089	0.926	0.794	0.779	0.101	0.0601	0.06	0.0041	0.004
28	Ni	8.3328	1.0081	0.871	0.845	0.111	0.0671	0.067	0.0051	0.005
29	Cu	8.9789	1.0961	0.953	0.933	0.122	0.0741	0.074	0.0071	0.007
30	Zn	9.6586	1.1936	1.0428	1.0197	0.138	0.0881	0.087	0.0101	0.01
31	Ga	10.367	1.2977	1.1423	1.1154	0.158	0.106	0.103	0.0171	0.017
32	Ge	11.103	1.4143	1.2478	1.2167	0.18	0.126	0.121	0.0281	0.028
33	As	11.867	1.5265	1.3586	1.3231	0.204	0.146	0.14	0.0411	0.041

Les énergies sont données en keV

Z	Element	K	LI	LII	LIII	MI	MII	MIII	MIV	MV
34	Se	12.658	1.6539	1.4762	1.4358	0.23	0.168	0.161	0.0551	0.055
35	Br	13.474	1.782	1.596	1.5499	0.257	0.191	0.184	0.072	0.071
36	Kr	14.326	1.921	1.7272	1.6749	0.288	0.219	0.21	0.091	0.09
37	Rb	15.2	2.0651	1.8639	1.8044	0.322	0.248	0.239	0.112	0.11
38	Sr	16.105	2.2163	2.0068	1.9396	0.358	0.28	0.269	0.135	0.133
39	Y	17.038	2.3725	2.1555	2.08	0.394	0.312	0.299	0.158	0.156
40	Zr	17.998	2.5316	2.3067	2.2223	0.43	0.344	0.33	0.182	0.18
41	Nb	18.986	2.6977	2.4647	2.3705	0.467	0.377	0.361	0.206	0.204
42	Mo	20.0	2.8655	2.6251	2.5202	0.505	0.41	0.392	0.23	0.228
43	Tc	21.044	3.0425	2.7932	2.6769	0.545	0.445	0.426	0.256	0.253
44	Ru	22.117	3.224	2.9669	2.8379	0.585	0.483	0.461	0.284	0.28
45	Rh	23.22	3.4119	3.1461	3.0038	0.627	0.521	0.496	0.312	0.307
46	Pd	24.35	3.6043	3.3303	3.1733	0.67	0.559	0.532	0.34	0.335
47	Ag	25.514	3.8058	3.5237	3.3511	0.718	0.602	0.571	0.373	0.367
48	Cd	26.711	4.018	3.727	3.5375	0.77	0.651	0.616	0.41	0.404
49	In	27.94	4.2375	3.938	3.7301	0.826	0.702	0.664	0.451	0.443
50	Sn	29.2	4.4647	4.1561	3.9288	0.884	0.756	0.714	0.493	0.485
51	Sb	30.491	4.6983	4.3804	4.1322	0.944	0.812	0.766	0.537	0.528
52	Te	31.814	4.9392	4.612	4.3414	1.006	0.87	0.819	0.583	0.572
53	I	33.169	5.1881	4.8521	4.5571	1.0721	0.931	0.876	0.633	0.619
54	Xe	34.561	5.4528	5.1037	4.7822	1.149	0.997	0.936	0.686	0.672
55	Cs	35.985	5.7143	5.3594	5.0119	1.2171	1.065	0.998	0.74	0.726
56	Ba	37.441	5.9888	5.6236	5.247	1.2928	1.1367	1.0622	0.794	0.78
57	La	38.925	6.2663	5.8906	5.4827	1.3613	1.2044	1.1234	0.848	0.832
58	Ce	40.443	6.5488	6.1642	5.7234	1.4366	1.2728	1.1854	0.901	0.883
59	Pr	41.991	6.8348	6.4404	5.9643	1.511	1.3374	1.2422	0.951	0.931
60	Nd	43.569	7.126	6.7215	6.2079	1.5753	1.4028	1.2974	1.005	0.978
61	Pm	45.184	7.4279	7.0128	6.4593	1.653	1.4714	1.3569	1.0515	1.0269
62	Sm	46.834	7.7368	7.3118	6.7162	1.7228	1.5407	1.4198	1.106	1.0802
63	Eu	48.519	8.052	7.6171	6.9769	1.8	1.6139	1.4806	1.1606	1.1309
64	Gd	50.239	8.3756	7.9303	7.2428	1.8808	1.6883	1.544	1.2172	1.1852
65	Tb	51.996	8.708	8.2516	7.514	1.9675	1.7677	1.6113	1.275	1.2412
66	Dy	53.788	9.0458	8.5806	7.7901	2.0468	1.8418	1.6756	1.3325	1.2949
67	Ho	55.618	9.3942	8.9178	8.0711	2.1283	1.9228	1.7412	1.3915	1.3514
68	Er	57.485	9.7513	9.2643	8.3579	2.2065	2.0058	1.8118	1.4533	1.4093
69	Tm	59.39	10.116	9.6169	8.648	2.3068	2.0898	1.8845	1.5146	1.4677
70	Yb	61.332	10.486	9.9782	8.9436	2.3981	2.173	1.9498	1.5763	1.5278
71	Lu	63.314	10.87	10.349	9.2441	2.4912	2.2635	2.0236	1.6394	1.5885
72	Hf	65.351	11.271	10.739	9.5607	2.6009	2.3654	2.1076	1.7164	1.6617
73	Ta	67.416	11.681	11.136	9.8811	2.708	2.4687	2.194	1.7932	1.7351
74	W	69.525	12.1	11.544	10.207	2.8196	2.5749	2.281	1.8716	1.8092
75	Re	71.676	12.527	11.959	10.535	2.9317	2.6816	2.3673	1.9489	1.8224
76	Os	73.871	12.968	12.385	10.871	3.0485	2.7922	2.4572	2.0308	1.9601
77	Ir	76.111	13.419	12.824	11.215	3.1737	2.9087	2.5507	2.1161	2.0404
78	Pt	78.395	13.88	13.273	11.564	3.296	3.0265	2.6454	2.2019	2.1216
79	Au	80.725	14.353	13.734	11.919	3.4249	3.1478	2.743	2.2911	2.2057
80	Hg	83.102	14.839	14.209	12.284	3.5616	3.2785	2.8471	2.3849	2.2949
81	Tl	85.53	15.347	14.698	12.657	3.7041	3.4157	2.9566	2.4851	2.3893
82	Pb	88.004	15.861	15.2	13.035	3.8507	3.5542	3.0664	2.5856	2.484
83	Bi	90.526	16.387	15.711	13.419	3.9991	3.6963	3.1769	2.6876	2.5796
84	Po	93.105	16.939	16.244	13.814	4.1494	3.8541	3.3019	2.798	2.683
85	At	95.73	17.493	16.785	14.213	4.317	4.008	3.426	2.9087	2.7867
86	Rn	98.404	18.049	17.337	14.619	4.482	4.159	3.538	3.0215	2.8924
87	Fr	101.14	18.639	17.907	15.031	4.652	4.327	3.663	3.1362	2.9999
88	Ra	103.92	19.237	18.484	15.444	4.822	4.4895	3.7918	3.2484	3.1049
89	Ac	106.76	19.84	19.083	15.871	5.002	4.656	3.909	3.3702	3.219

Z	Element	K	LI	LII	LIII	MI	MII	MIII	MIV	MV
90	Th	109.65	20.472	19.693	16.3	5.1823	4.8304	4.0461	3.4908	3.332
91	Pa	112.6	21.105	20.314	16.733	5.3669	5.0009	4.1738	3.6112	3.4418
92	U	115.61	21.757	20.948	17.166	5.548	5.1822	4.3034	3.7276	3.5517
93	Np	118.68	22.427	21.6	17.61	5.7232	5.3662	4.4347	3.8503	3.6658
94	Pu	121.82	23.097	22.266	18.057	5.9329	5.5412	4.5566	3.9726	3.7781
95	Am	125.03	23.773	22.944	18.504	6.1205	5.7102	4.667	4.0921	3.8869
96	Cm	128.22	24.46	23.799	18.93	6.288	5.895	4.797	4.227	3.971
97	Bk	131.59	25.275	24.385	19.452	6.556	6.147	4.977	4.366	4.132
98	Cf	135.96	26.11	25.25	19.93	6.754	6.359	5.109	4.497	4.253
99	Es	139.49	26.9	26.02	20.41	6.977	6.574	5.252	4.63	4.374
100	Fm	143.09	27.7	26.81	20.9	7.205	6.793	5.397	4.766	4.498

Remarque

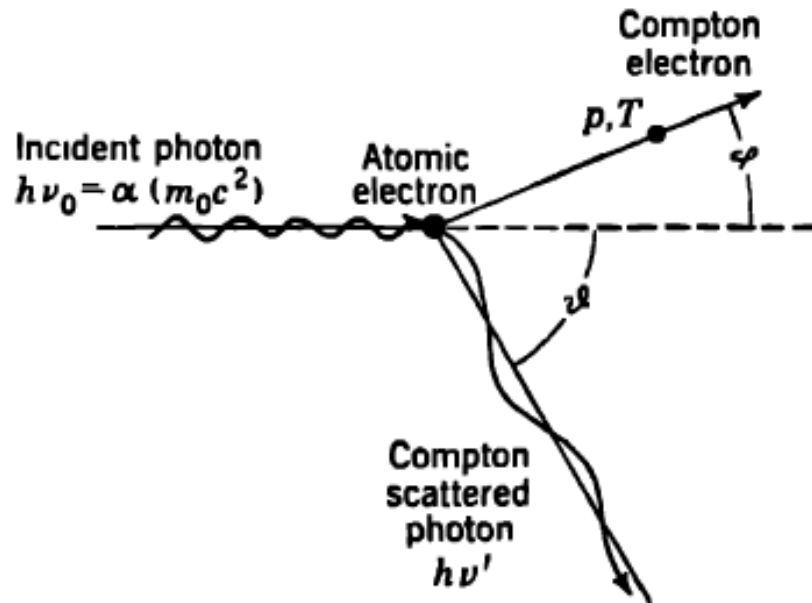
- Un photon **ne** peut **pas** être absorbé par un électron libre (et lui céder toute son énergie)
- Conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement avec $h\nu_0$ l'énergie du photon et m , E et p , la masse, l'énergie totale et la quantité de mouvement de l'électron →

$$h\nu_0 + mc^2 = E$$
$$\frac{h\nu_0}{c} = p$$

- Ce qui implique que $E = pc + mc^2$ or par définition → $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$ → seulement possible pour $p = h\nu_0 = 0$ → à rejeter

Effet Compton

- Effet Compton: diffusion (« scattering ») par un électron libre (dans la plage énergétique pour laquelle l'effet Compton se produit → les électrons sont considérés comme libres → quand cette approximation n'est plus vraie → effet photoélectrique domine)
- Le photon incident est diffusé et cède une partie de son énergie à un électron



Historique de l'effet Compton: Thomson

- Thomson calcula (1906) classiquement la section efficace de diffusion d'une onde électromagnétique par un électron libre
- L'électron oscille en réponse à la force exercée par le vecteur champ électrique de l'onde → cette oscillation a la même fréquence que l'onde et sa direction est celle du champ électrique → dipôle électrique → l'électron rayonne → diffusion de l'onde incidente de manière continue
- Pour une onde incidente non polarisée → la section efficace de diffusion Thomson $d\sigma_0$ dans l'angle solide $d\Omega$ et dans la direction formant un angle θ par rapport à la direction de l'onde incidente →

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 \theta)$$

avec $r_e = e^2/4\pi\epsilon_0 mc^2 = 2.8 \cdot 10^{-15}$ m, le rayon classique de l'électron

Démonstration de Thomson (1)

- Considérons une onde électromagnétique de fréquence ν interagissant avec un électron libre (masse m , charge $-e$) \rightarrow l'électron subit une force F due au champs électrique incident:

$$\vec{E} = E_0 \exp(i \vec{k} \cdot \vec{r} - i\nu t) \vec{1}_E$$

avec $\vec{1}_E$ la direction de polarisation

- L'équation du mouvement de l'électron s'écrit \rightarrow

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -e \vec{E}$$

- Dans l'approximation dipolaire la puissance émise par unité d'angle solide s'écrit (formule de Larmor différentielle - voir cours d'électromagnétisme) \rightarrow

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^2}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3} \langle a^2 \rangle \sin^2 \Theta$$

avec Θ l'angle entre la direction de polarisation et l'observateur

Démonstration de Thomson (2)

- Avec l'équation du mouvement, on obtient directement $\langle a^2 \rangle$, l'accélération carrée moyenne \rightarrow

$$\langle a^2 \rangle = \frac{e^2}{2m^2} |E_0|^2$$

- Ainsi la puissance différentielle devient \rightarrow

$$\frac{dP}{d\Omega} = r_e^2 \frac{\epsilon_0 c |E_0|^2}{2} \sin^2 \Theta$$

- Considérons le module du vecteur de Poynting qui représente le flux d'énergie par seconde et qui se note (voir vous savez quoi...) \rightarrow

$$I = \epsilon_0 c \frac{|E_0|^2}{2}$$

Démonstration de Thomson (3)

- La section efficace différentielle est obtenue par →

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = \frac{dP/d\Omega}{I} = r_e^2 \sin^2 \Theta$$

- Si on considère une onde incidente non polarisée → il faut faire la moyenne sur Θ →

$$\overline{\sin^2 \Theta} = \frac{1}{2}(1 + \cos^2 \theta)$$

avec θ , l'angle de scattering

- On obtient donc l'équation de Thomson →

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2}(1 + \cos^2 \theta)$$

Section efficace total de Thomson

- En intégrant sur les angles \rightarrow on obtient la section efficace totale de diffusion Thomson

$$\sigma_0 = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = 0.665 \times 10^{-28} \text{ m}^2 \approx \frac{2}{3} \text{ barn/électron}$$

- Insistons sur le fait que l'onde incidente est diffusée de manière continue

Historique de l'effet Compton: Expérience de Compton

- Compton mesura en 1922 les longueurs d'onde des rayonnements incident et diffusé → il montra que les rayonnement diffusés ne présentent pas un spectre de longueur d'onde continu mais suivent la relation →

$$\lambda_1 - \lambda_0 = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta)$$

avec λ_0 et λ_1 les longueurs d'onde des photons incident et diffusé et $h/mc = \lambda_C$, la longueur d'onde de Compton

- Cette expression montre que le déplacement en longueur d'onde ne dépend pas du nombre atomique du diffuseur, ne dépend pas de la longueur d'onde de l'onde incidente et que l'énergie et la quantité de mouvement perdue par le photon se retrouve dans un seul électron

Démonstration de l'expression de Compton (1)

- On travaille toujours dans le référentiel du laboratoire → conservation des composantes du quadrivecteur impulsion-énergie des particules avant le choc avec celles du quadrivecteur impulsion-énergie des particules après le choc

$$\text{photon avant} \rightarrow \left(\frac{h\nu_0}{c}, \frac{h\nu_0}{c} \vec{n}_0 \right)$$

$$\text{photon après} \rightarrow \left(\frac{h\nu_1}{c}, \frac{h\nu_1}{c} \vec{n}_1 \right)$$

$$\text{électron avant} \rightarrow \left(\frac{mc^2}{c}, 0 \right)$$

$$\text{électron après} \rightarrow \left(\frac{E}{c}, \vec{p} \right)$$

Démonstration de l'expression de Compton (2)

- On a donc \rightarrow

$$h\nu_0 + mc^2 = h\nu_1 + E$$

$$h\nu_0 \vec{n}_0 = h\nu_1 \vec{n}_1 + \vec{p}c$$

- Avec $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4 \rightarrow$

$$(h(\nu_0 - \nu_1) + mc^2)^2 = h^2(\nu_0 \vec{n}_0 - \nu_1 \vec{n}_1)^2 + m^2c^4$$

- En développant avec $\vec{n}_0 \vec{n}_1 = \cos \theta \rightarrow$

$$h\nu_0\nu_1(1 - \cos \theta) = mc^2(\nu_0 - \nu_1) \Rightarrow \frac{hc^2}{\lambda_0\lambda_1}(1 - \cos \theta) = mc^3 \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_1} \right)$$



$$\lambda_1 - \lambda_0 = \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta)$$

Relations entre énergies et angles (1)

- Considérons E_0 , l'énergie du photon incident, E_1 , l'énergie du photon diffusé, $T = E_0 - E_1$, l'énergie cinétique cédée à l'électron, θ , l'angle de diffusion du photon, ϕ , l'angle entre la trajectoire de l'électron et la direction initiale du photon et $\alpha = E_0/mc^2$, le rapport entre l'énergie du photon incident et l'énergie au repos de l'électron \rightarrow

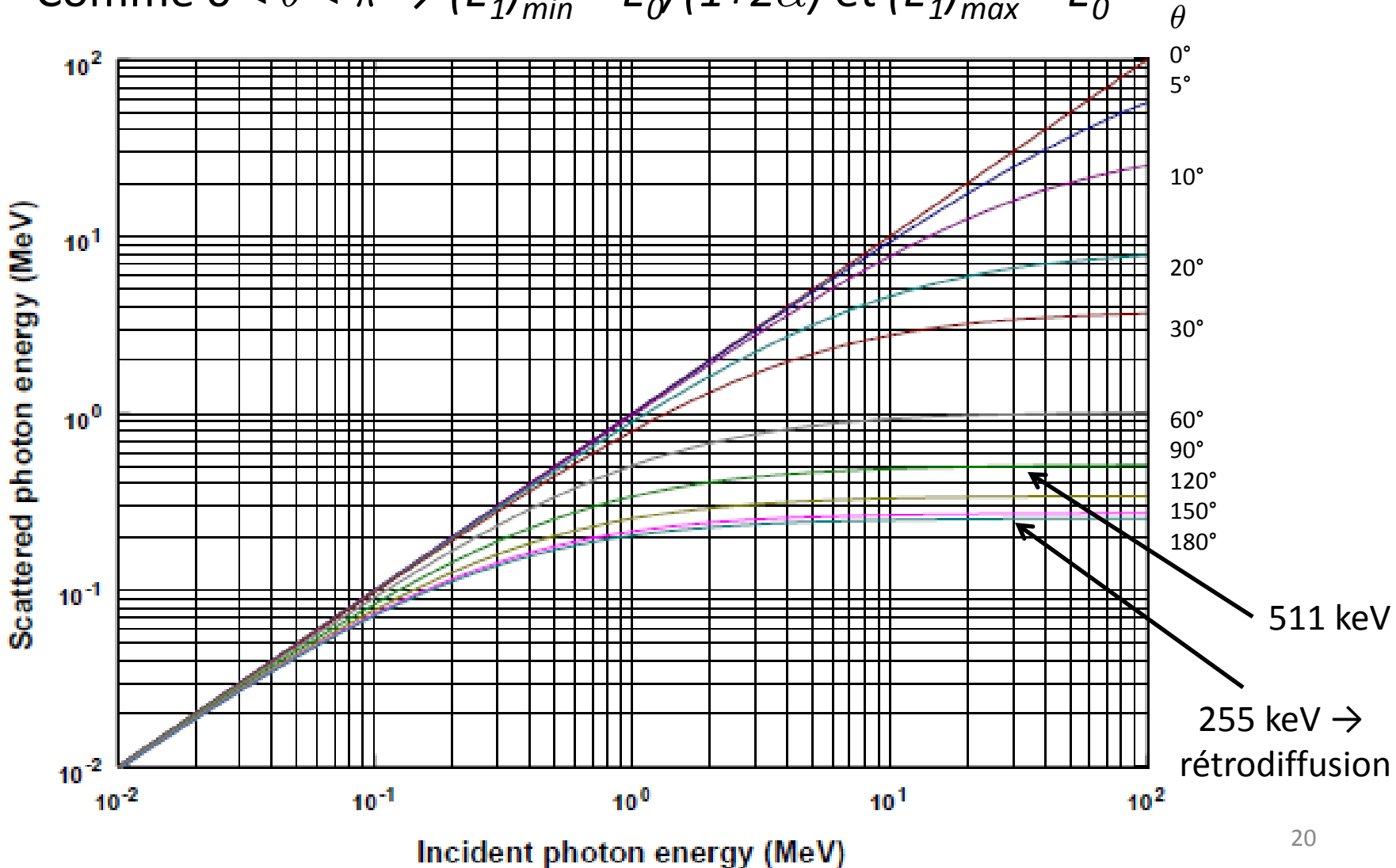
$$E_1 = E_0 \frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)}$$

$$T = E_0 \frac{2\alpha \cos^2 \phi}{(1 + \alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2 \phi} = E_0 \frac{\alpha(1 - \cos \theta)}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)}$$

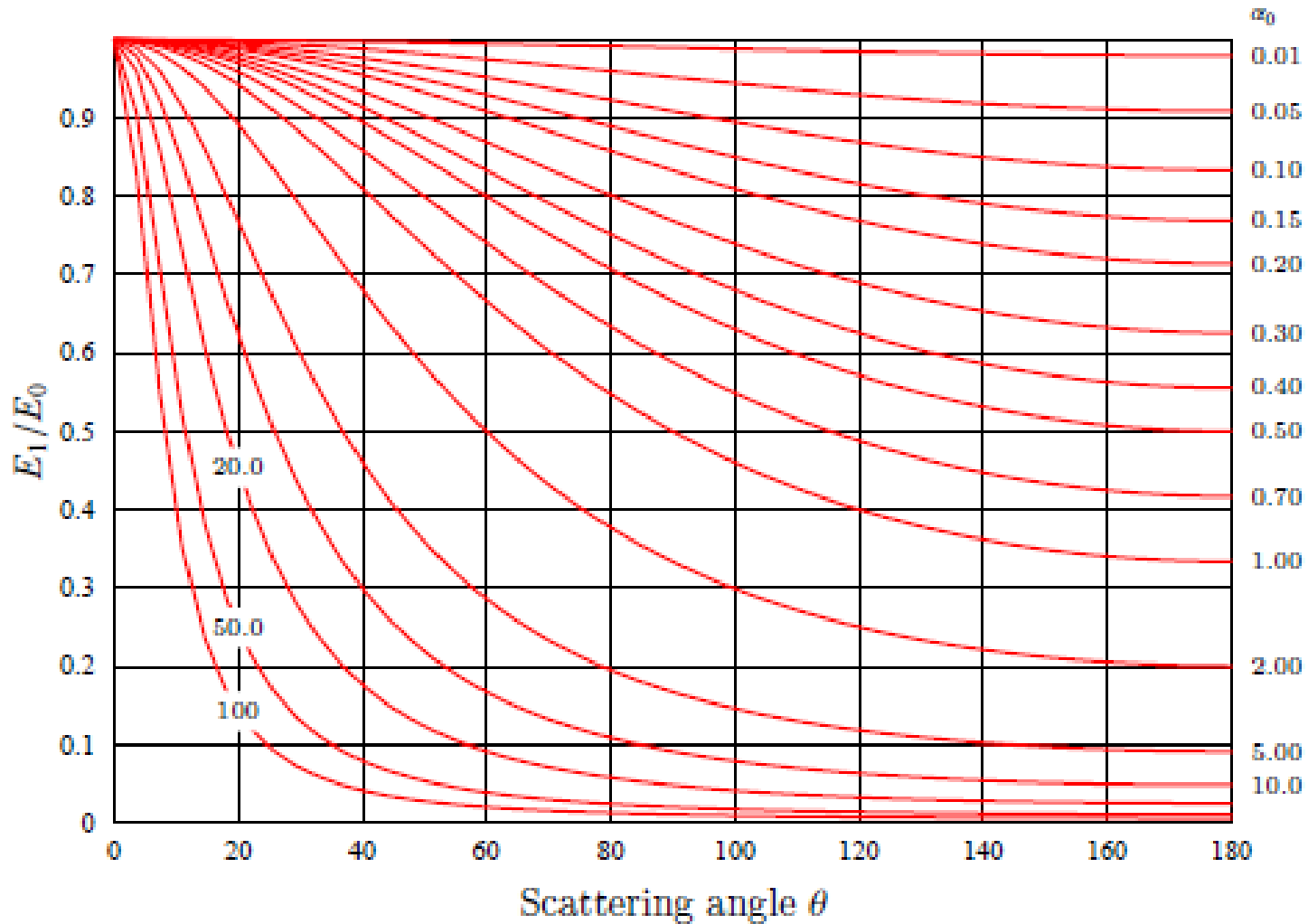
$$\cot \phi = (1 + \alpha) \tan \frac{\theta}{2}$$

Relations entre énergies et angles (2)

- Comme $0 < \theta < \pi \rightarrow (E_1)_{min} = E_0/(1+2\alpha)$ et $(E_1)_{max} = E_0$



Relations entre énergies et angles (3)

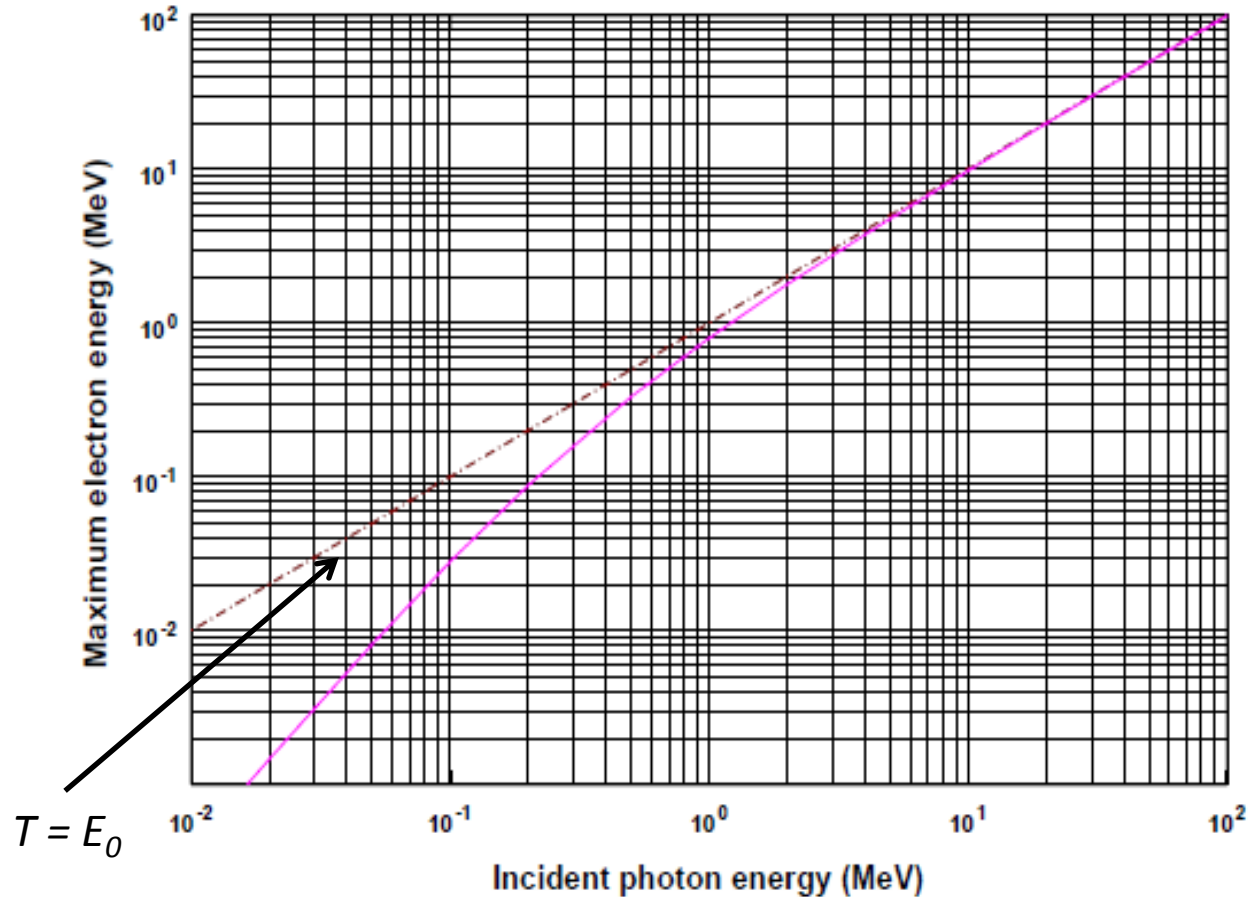


Remarque sur l'énergie du photon diffusé

- Le déplacement en longueur d'onde ne dépend pas de l'énergie du photon incident (uniquement de l'angle de diffusion)
- Le déplacement en énergie dépend fortement de l'énergie du photon incident → augmentation rapide avec l'énergie
- Pour E_0 petit → le photon perd peu d'énergie (quel que soit θ)
- Pour $E_0 \nearrow$ → la variation de l'énergie du photon diffusé avec l'angle devient de plus en plus rapide
- À 90° → E_1 toujours $< 511 \text{ keV}$ ($= mc^2$)
- À 180° → E_1 toujours $< 255 \text{ keV}$ ($= mc^2/2$) → rétrodiffusion du photon → pic de rétrodiffusion dans les spectres γ

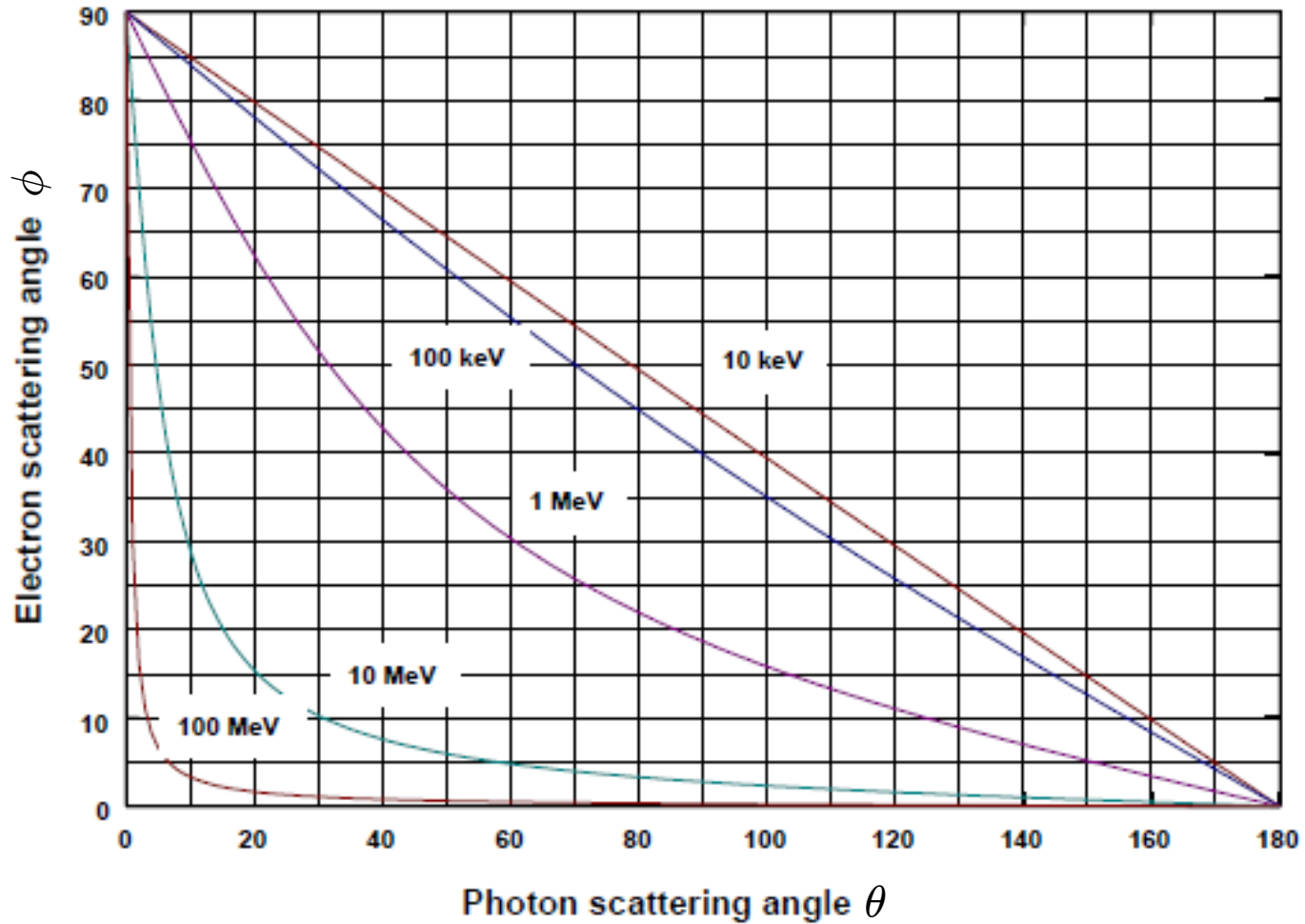
Relations entre énergies et angles (4)

- On observe que $0 < \phi < \pi/2 \rightarrow T_{min} = 0$ et $T_{max} = E_0/[1+(1/2\alpha)]$



- Pour E_0 grand $\rightarrow T_{max} \approx E_0 - 255 \text{ keV}$ (photon rétrodiffusé)

Relations entre énergies et angles (5)



Section efficace différentielle angulaire (1)

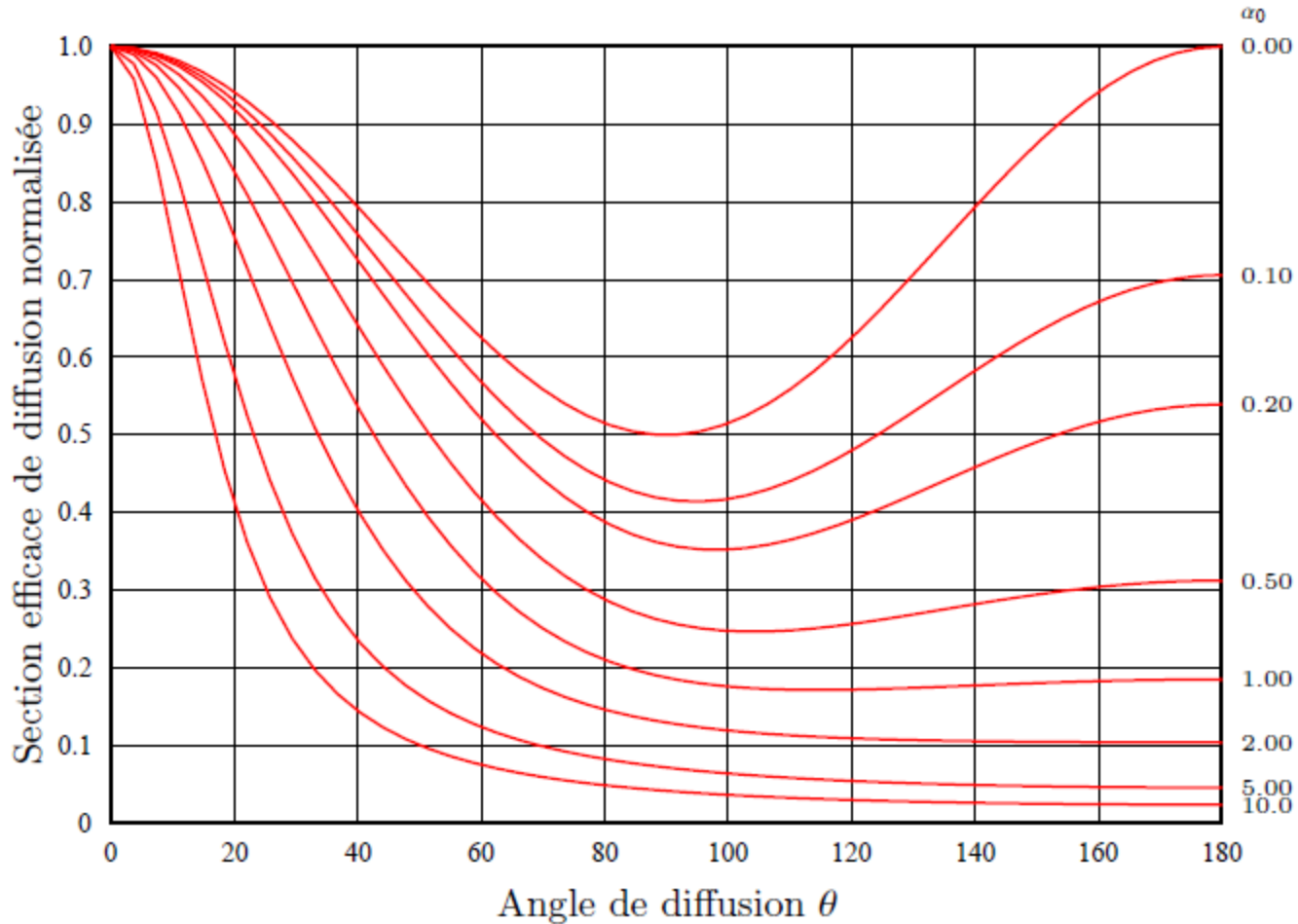
- Équations de Klein-Nishina (valable pour des e^- libres et au repos) \rightarrow théorie quantique relativiste \rightarrow théorie de Dirac
- La section efficace différentielle de diffusion d'un photon (non polarisé) par un électron dans l'angle solide $d\Omega$ autour de la direction formant un angle θ avec la direction initiale du photon est donnée par \rightarrow

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{\nu'}{\nu_0} \right)^2 \left(\frac{\nu_0}{\nu'} + \frac{\nu'}{\nu_0} - \sin^2 \theta \right)$$

avec r_e , le rayon classique de l'électron

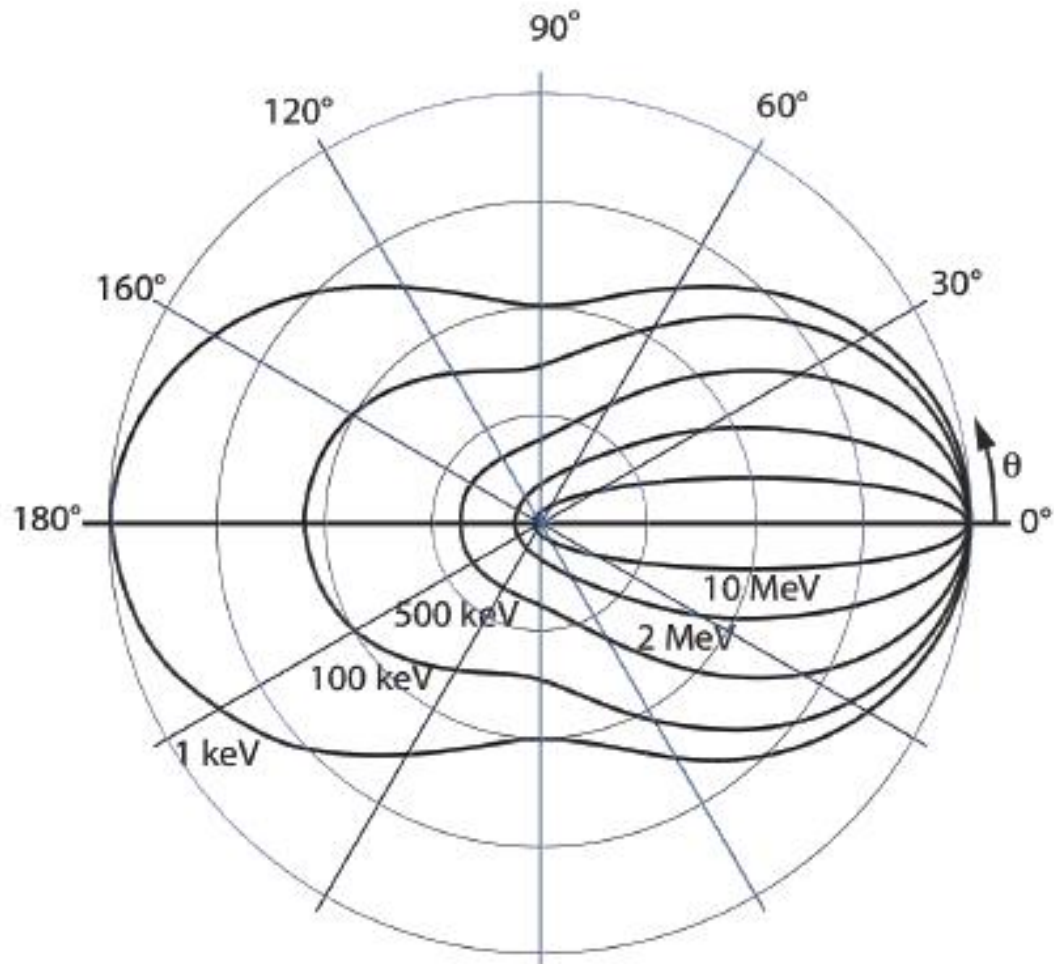
- Remarque \rightarrow pas de dépendance en Z

Section efficace différentielle angulaire (2)



Pour $\alpha \ll \rightarrow E_1 \approx E_0 \rightarrow d\sigma \approx d\sigma_0 \rightarrow$ on retrouve la section efficace de Thomson

Section efficace différentielle angulaire (3)



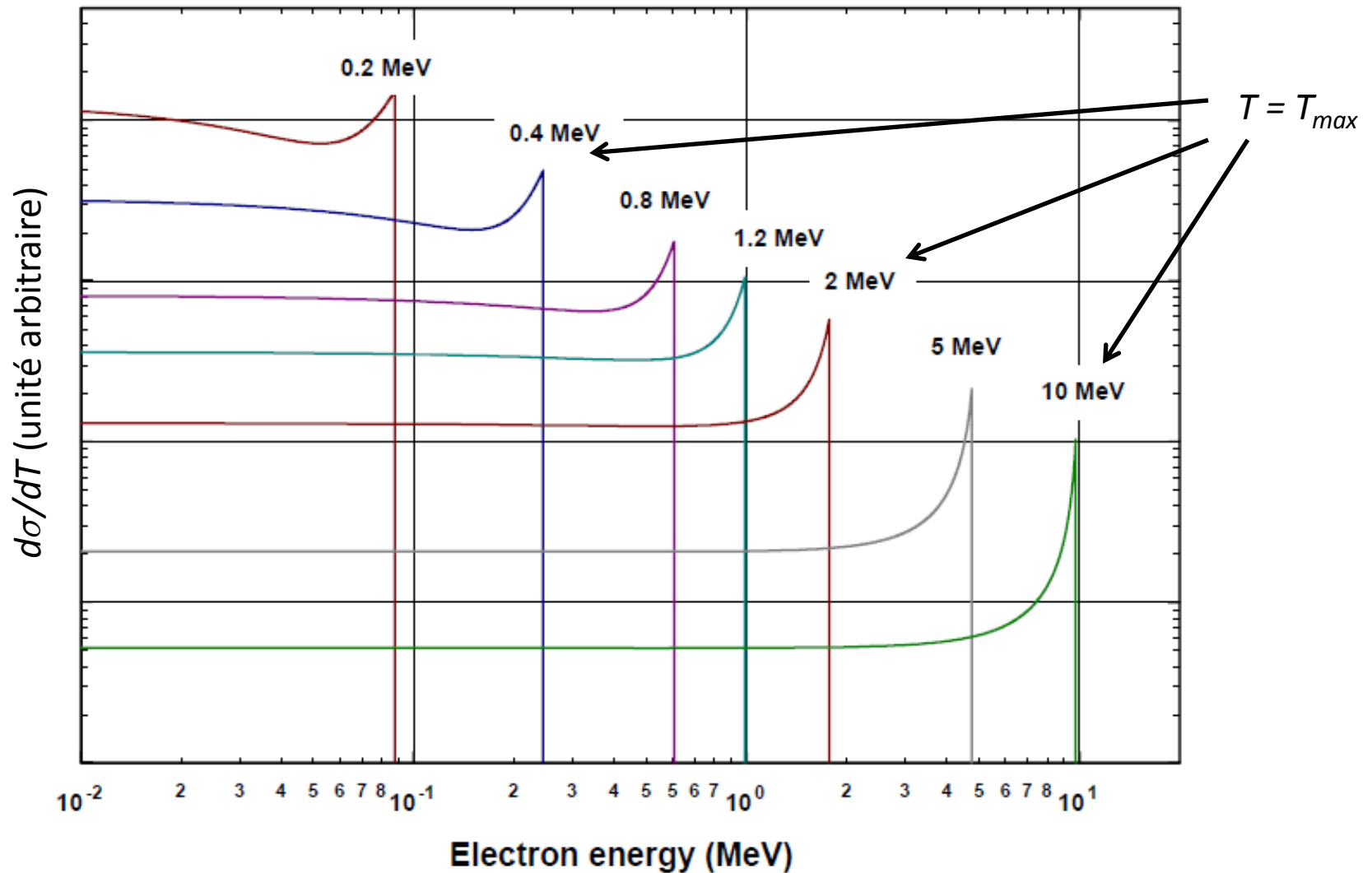
Section efficace différentielle énergétique (1)

- À partir de la section efficace différentielle en angle \rightarrow sections efficaces différentielles en énergie \rightarrow

$$\frac{d\sigma}{dE_1} = \frac{\pi r_e^2}{\alpha^2 m_e c^2} \left\{ 2 + \left(\frac{E_0 - E_1}{E_1} \right)^2 \left[\frac{1}{\alpha^2} + \frac{E_1}{E_0} - \frac{2}{\alpha} \left(\frac{E_1}{E_0 - E_1} \right) \right] \right\}$$

$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{\pi r_e^2}{\alpha^2 m_e c^2} \left\{ 2 + \left(\frac{T}{E_0 - T} \right)^2 \left[\frac{1}{\alpha^2} + \frac{E_0 - T}{E_0} - \frac{2}{\alpha} \left(\frac{E_0 - T}{T} \right) \right] \right\}$$

Section efficace différentielle énergétique (2)

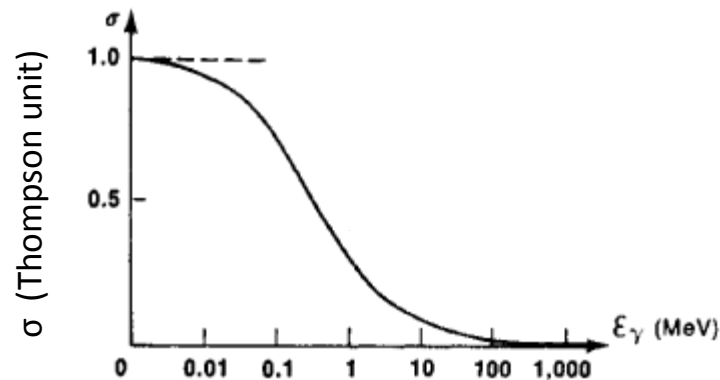


Section efficace totale (1)

- Après intégration de la section efficace de Klein-Nishina sur les angles \rightarrow

$$\sigma = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1 + \alpha}{\alpha^2} \left[\frac{2(1 + \alpha)}{1 + 2\alpha} - \frac{\ln(1 + 2\alpha)}{\alpha} \right] + \frac{\ln(1 + 2\alpha)}{2\alpha} - \frac{1 + 3\alpha}{(1 + 2\alpha)^2} \right\}$$

- Pour $\alpha \ll 1 \rightarrow \sigma \approx \sigma_0 = 8\pi r_e^2/3$ (section efficace de Thomson)

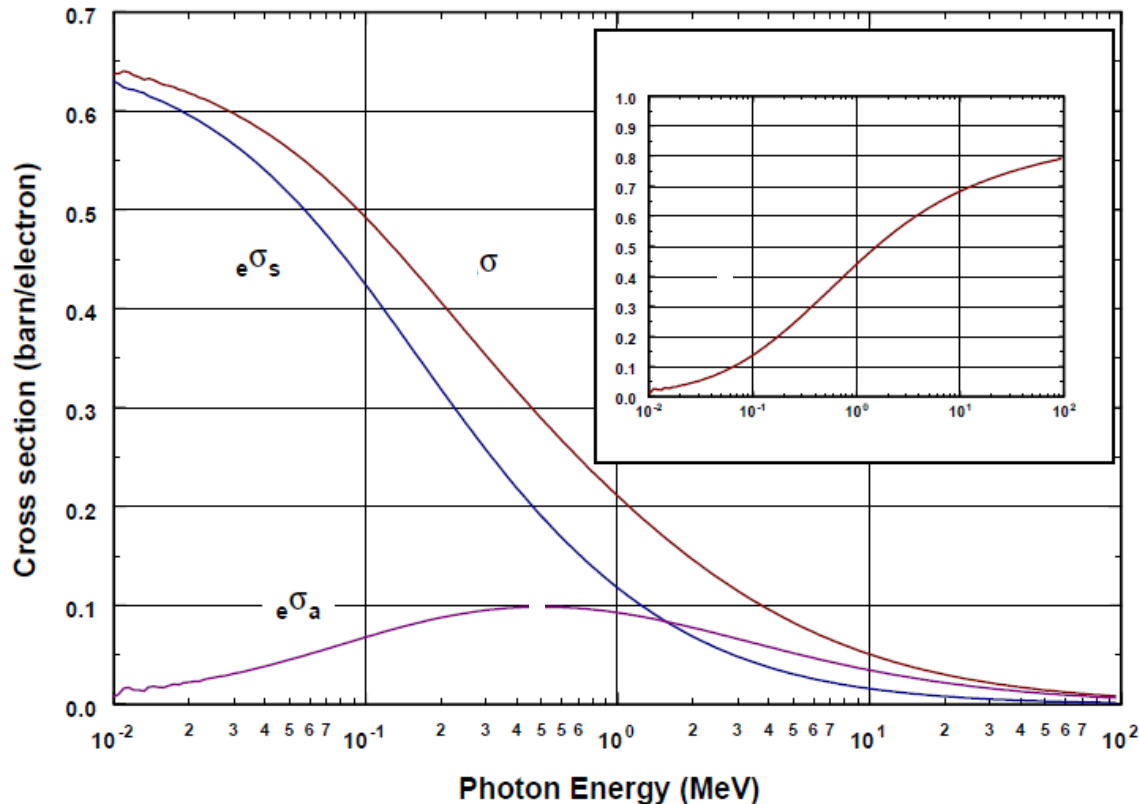


Section efficace totale (2)

- Pour $\alpha \gg 1 \rightarrow \sigma \rightarrow (\ln \alpha)/\alpha \rightarrow$ la section efficace de diffusion Compton décroît quand l'énergie du photon augmente
- Cela se comprend si on observe que pour $\alpha \gg 1 \rightarrow$ la distribution angulaire est « piquée » en $\theta = 0 \rightarrow$ pas de diffusion et pas de transfert d'énergie \rightarrow pas d'effet
- La section efficace atomique ${}_a\sigma = Z\sigma$ et est donc $\propto Z$

Collision = Diffusion + Absorption

- La section efficace σ représente la probabilité de collision \rightarrow une partie de l'énergie est diffusée et l'autre est cédée à l' e^- (absorbée)
- Pour caractériser cet aspect \rightarrow on définit une section efficace de diffusion σ_s et une section efficace d'absorption σ_a avec $\sigma = \sigma_s + \sigma_a$



$$\sigma_s = \frac{\langle E_1 \rangle}{E_0} \sigma$$

$$\sigma_a = \frac{\langle T \rangle}{E_0} \sigma$$

Diffusion cohérente et incohérente (1)

- Quand $E_0 \ll \rightarrow$ on ne peut plus considérer que les e^- sont libres et au repos \rightarrow diffusion par le système électronique tout entier (atome)
- Si l'atome reste dans son état initial \rightarrow l'énergie du photon ne change pas mais il est dévié (l'atome emporte la différence de quantité de mouvement) \rightarrow diffusion Rayleigh (cohérente)
- Si l'atome change d'état \rightarrow le photon perd de l'énergie \rightarrow diffusion incohérente
- Aux grandes énergies \rightarrow diffusion incohérente = diffusion Compton

Diffusion cohérente et incohérente (2)

- En 1^{ère} approximation pour la diffusion cohérente → Le système électronique correspond à un système de charge Ze et de masse Zm → la section efficace de diffusion Rayleigh vaut →

$${}_a\sigma_{coh} = Z^2\sigma_0$$

- En réalité → la structure du nuage électronique implique une diminution de la diffusion → introduction du facteur de structure atomique F →

$${}_a\sigma_{coh} = F^2\sigma_0$$

Diffusion cohérente et incohérente (3)

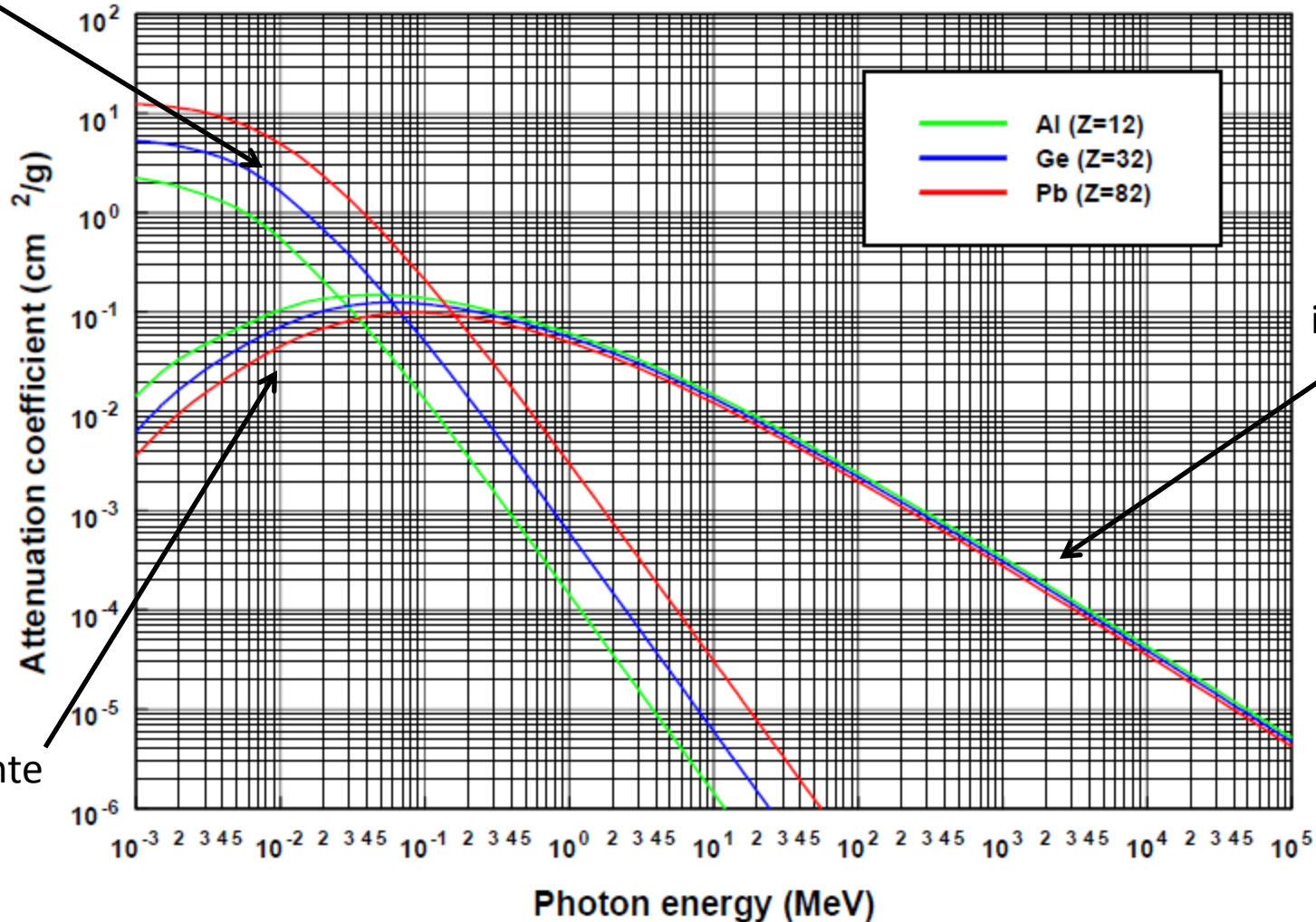
- Pour la diffusion incohérente → modification de la section efficace de Klein-Nishina en introduisant la fonction de diffusion incohérente S qui tient compte du fait que les électrons de l'atome sont liés et donc qu'un photon peut être incapable d'éjecter un électron hors de l'atome →

$${}_a\sigma_{incoh} = Z\sigma S$$

- Pour les grandes énergies → $S \rightarrow 1$ → on retrouve la section efficace de Compton

Diffusion cohérente et incohérente (4)

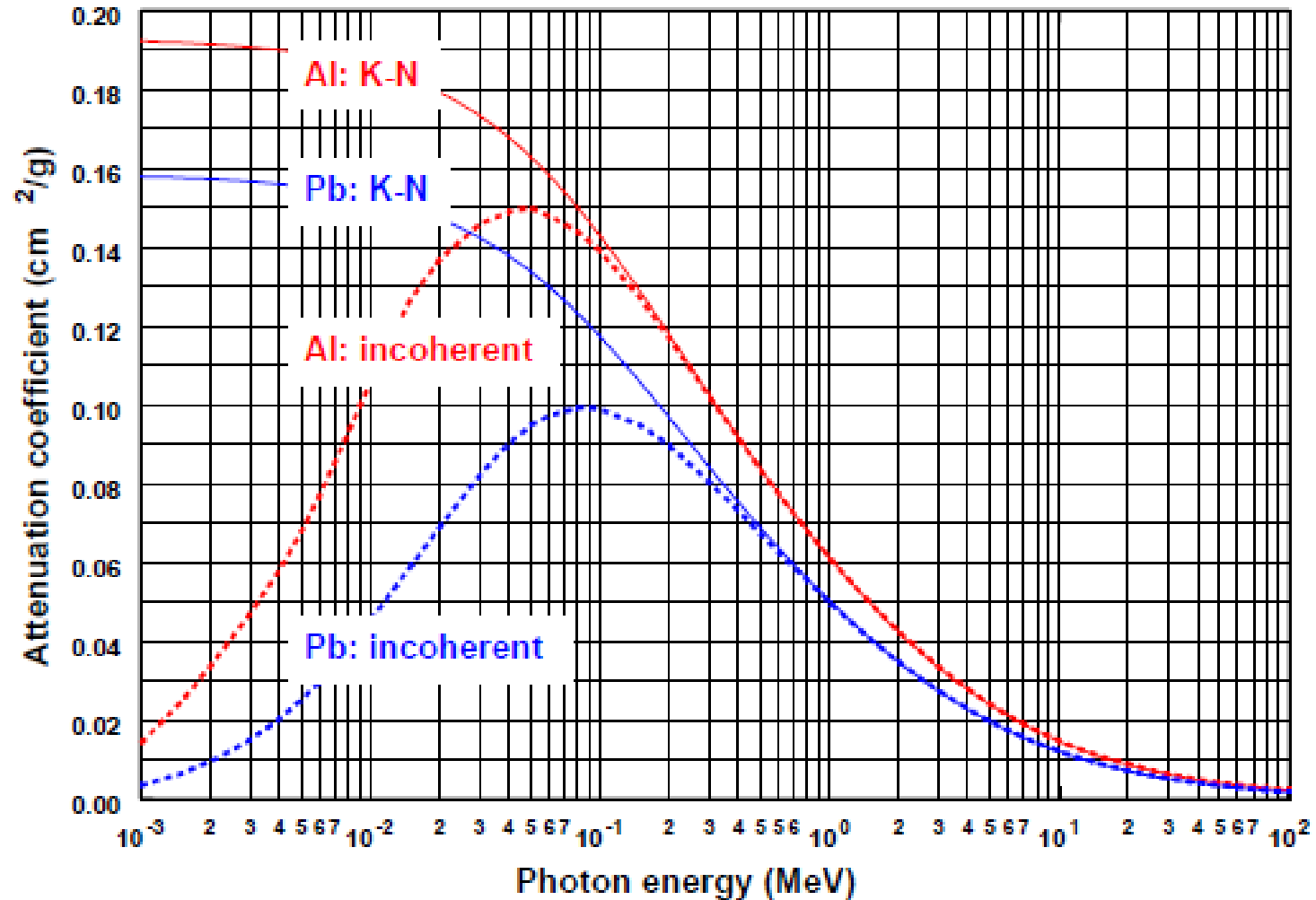
Rayleigh



incohérente
=
Compton

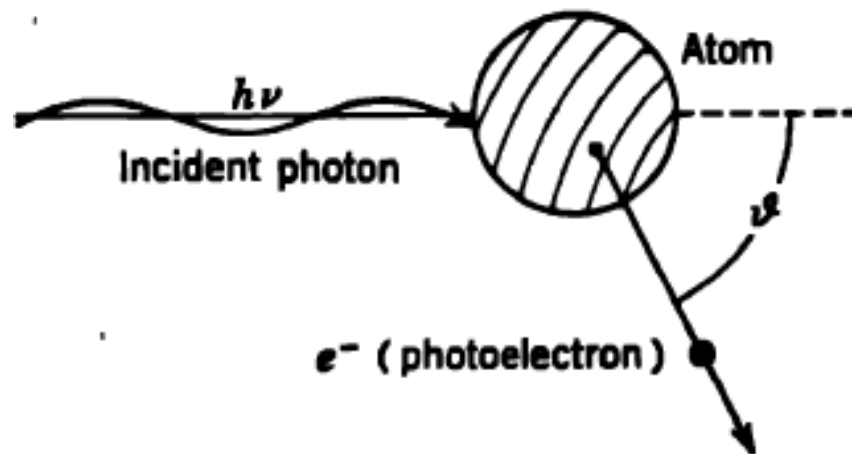
Remarque → diffusion cohérente plus élevée pour Z grand

Comparaison incohérent - Compton



Effet photoélectrique

- L'effet photoélectrique est un processus au cours duquel un photon incident interagit avec un atome et éjecte un électron (processus expliqué correctement par Einstein en 1905)
- Ce processus de capture d'un photon par un atome dont un électron est excité dans un état continu est le processus inverse de l'émission spontanée d'un photon par un atome excité



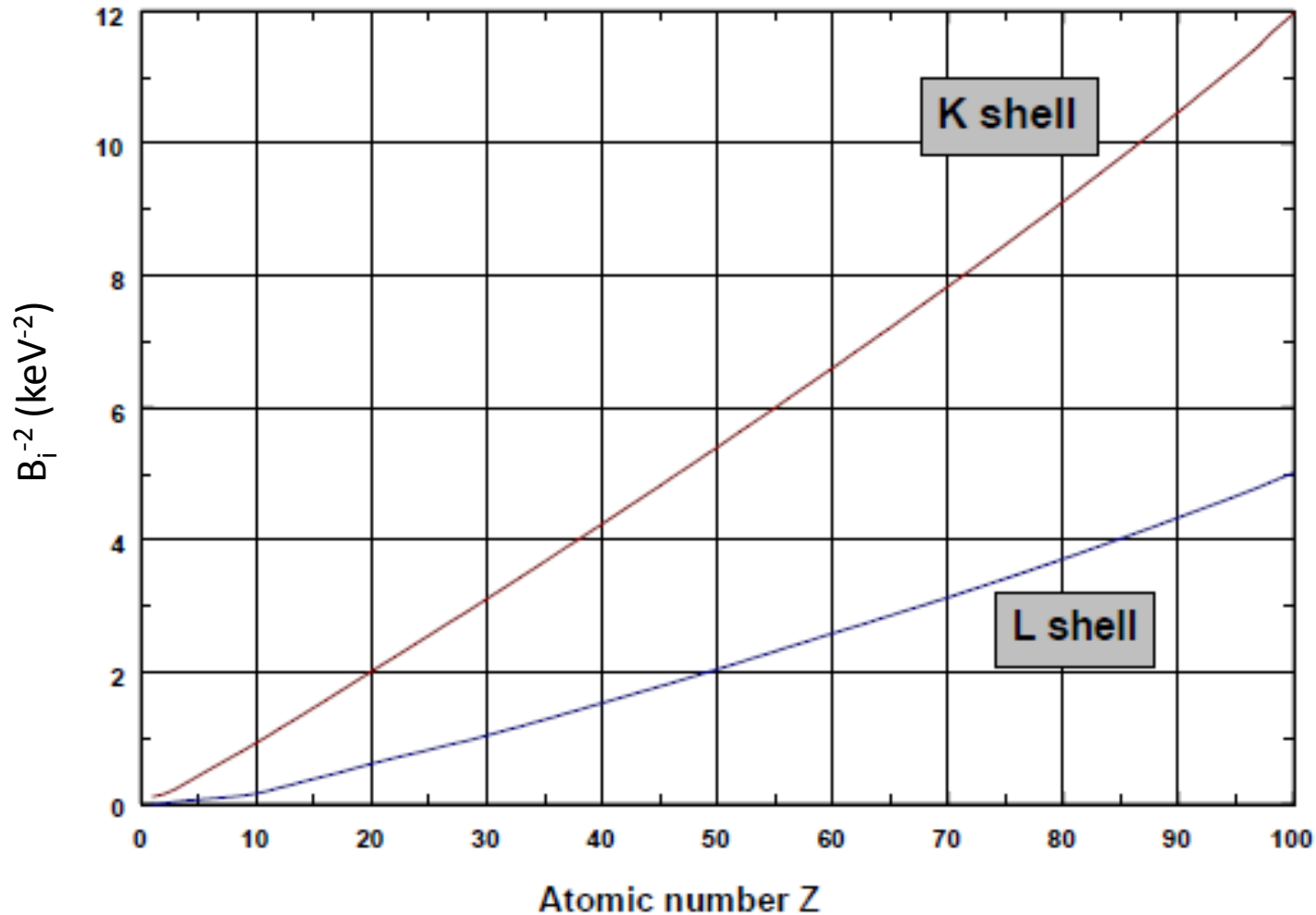
Conservation de l'énergie

- On a absorption d'un photon d'énergie $h\nu_0$ qui est totalement absorbé par un atome et l'émission conséquent d'un électron (appelé photoélectron) avec une énergie cinétique T hors d'une couche atomique caractérisée par une énergie de liaison B_i ($i = K, L_I, L_{II}, L_{III}, \dots$) \rightarrow en négligeant l'énergie de recul du noyau (\neq de masse) \rightarrow

$$h\nu_0 = T + B_i$$

- La conservation de l'énergie implique que $h\nu_0 > B_i$
- Lorsque $h\nu_0 \nearrow$ la probabilité de l'effet photoélectrique \searrow puisque le comportement de l'électron se rapproche de plus en plus de celui d'un électron libre (et absorption par un e^- libre impossible)
- Les électrons les plus liés (couche K) ont la plus grande probabilité d'absorber un photon (avec toujours la condition $h\nu_0 > B_K$)

Énergie de liaison



Pour $Z > 30 \rightarrow$ énergies de liaison obéissent approximativement à $B_i = a_i(Z-c_i)^2$ (avec a_i et c_i des constantes pour chaque couche)

Section efficace (1)

- La section efficace par atome ${}_a\tau$ peut se décomposer en une somme de sections efficaces partielles (${}_a\tau_i$) correspondant à l'éjection d'un électron hors d'une couche i donnée \rightarrow

$${}_a\tau = \sum_i {}_a\tau_i$$

- Le calcul de ${}_a\tau_K$ a été fait pour un atome hydrogénoïde dans l'approximation de Born en utilisant une onde plane comme fonction d'onde de l'électron éjecté
- De plus on a supposé $h\nu_0 \ll mc^2$ (approximation non relativiste) et $h\nu_0 \gg B_K$ (interaction entre le noyau et l'électron négligée)

Section efficace (2)

- On trouve (avec α , la constante de structure fine et σ_0 , la section efficace de Thomson) \rightarrow

$$\begin{aligned} {}_a\tau_K &= \frac{8\pi r_e^2}{3} Z^5 \alpha^4 2^{5/2} \left(\frac{mc^2}{h\nu_0} \right)^{7/2} \\ &= \sigma_0 Z^5 \alpha^4 2^{5/2} \left(\frac{mc^2}{h\nu_0} \right)^{7/2} \end{aligned}$$

- Comme $r_e/a_0 = \alpha^2$ (avec a_0 , le rayon de Bohr) \rightarrow

$${}_a\tau_K = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{a_0}{Z} \right)^2 Z^7 \alpha^8 2^{5/2} \left(\frac{mc^2}{h\nu_0} \right)^{7/2}$$

- Et comme, pour un atome hydrogéoïde $B_K = \alpha^2 Z^2 mec^2/2$ \rightarrow

$${}_a\tau_K = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{a_0}{Z} \right)^2 32\alpha \left(\frac{B_K}{h\nu_0} \right)^{7/2}$$

Section efficace (3)

- Le facteur $a_0/Z \rightarrow$ grossièrement = dimension de l'atome
- Variation en $h\nu_0^{-7/2}$ pour l'énergie
- Quand $h\nu_0 \approx B_K \rightarrow$ l'approximation de Born n'est plus valable \rightarrow introduction d'un facteur multiplicatif correctif $f(\xi) \rightarrow$

$$f(\xi) = 2\pi \left(\frac{B_K}{h\nu_0} \right)^{1/2} \frac{e^{-4\xi \operatorname{arccot} \xi}}{1 - e^{-2\pi\xi}} \quad \text{avec} \quad \xi = \left(\frac{B_K}{h\nu_0 - B_K} \right)^{1/2}$$

- Pour $\xi \rightarrow 0$ (càd $h\nu_0 \gg B_K$) $\rightarrow f(\xi) \rightarrow 1 \rightarrow$ situation précédente
- Pour $\xi \rightarrow \infty$ (càd $h\nu_0 \approx B_K$) $\rightarrow f(\xi) \rightarrow$

$$f(\xi) \approx 2\pi e^4 \left(\frac{B_K}{h\nu_0} \right)^{-5/6} \quad \text{et} \quad a\tau_K \approx \frac{6.28 \times 10^6}{Z^2} \left(\frac{B_K}{h\nu_0} \right)^{8/3}$$

Section efficace (4)

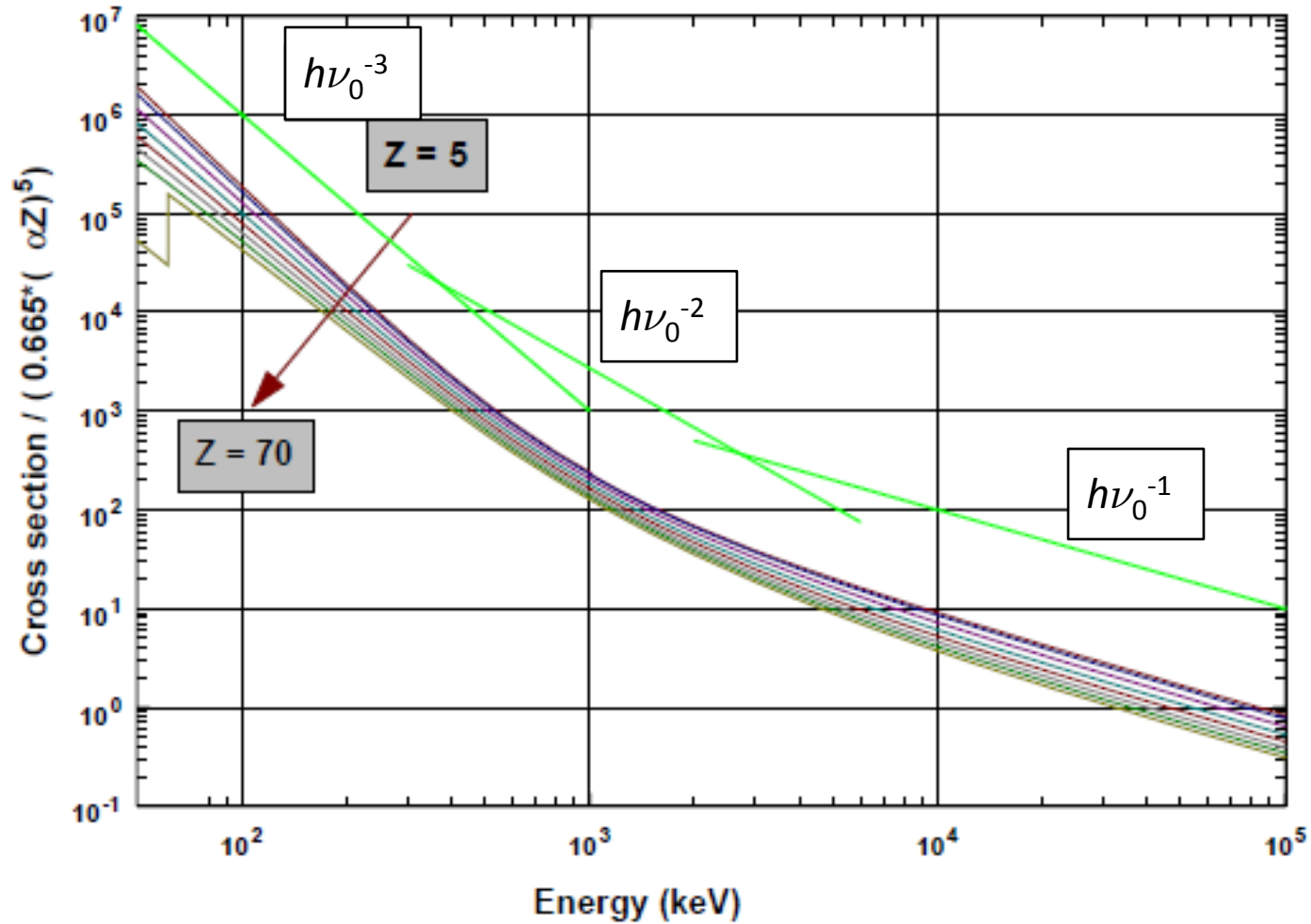
- Les autres sections efficaces partielles suivent le même comportement que ${}_a\tau_K \rightarrow$ On note généralement la section efficace totale sous la forme \rightarrow

$${}_a\tau = C \frac{Z^n}{(h\nu_0)^k}$$

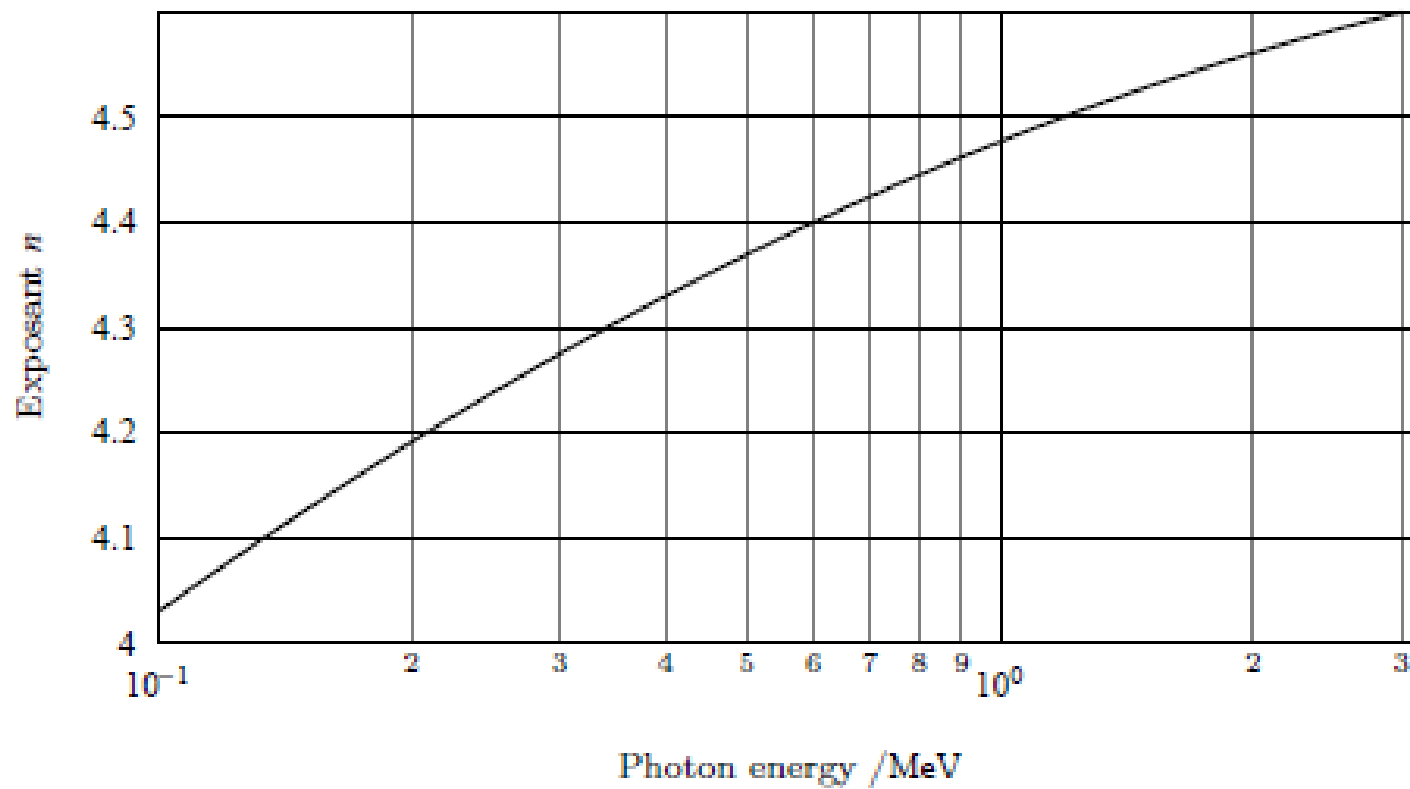
avec n qui varie entre 4 et 4.6 et k varie entre 1 et 3 (C est une constante)

- Pour $h\nu_0 \lesssim 0.1$ MeV (plage d'énergie la plus importante pour l'effet photoélectrique) $\rightarrow n \approx 4$ et $k \approx 3$
- Pour $h\nu_0 \gtrsim 1$ MeV $\rightarrow n \approx 4.5$ et $k \approx 1$

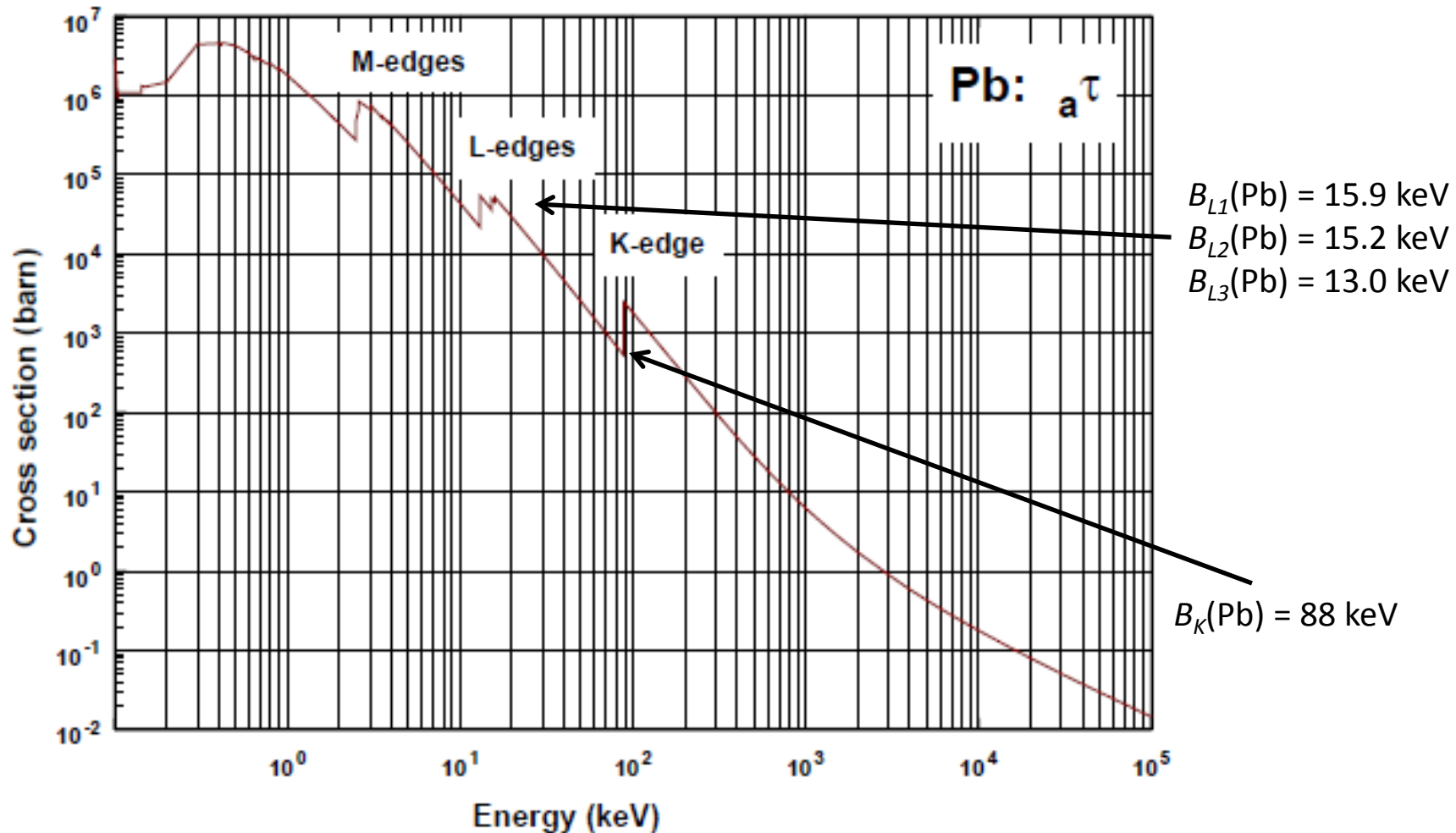
Variation de σ_T avec $h\nu_0$



Variation de ${}_q\tau$ avec Z

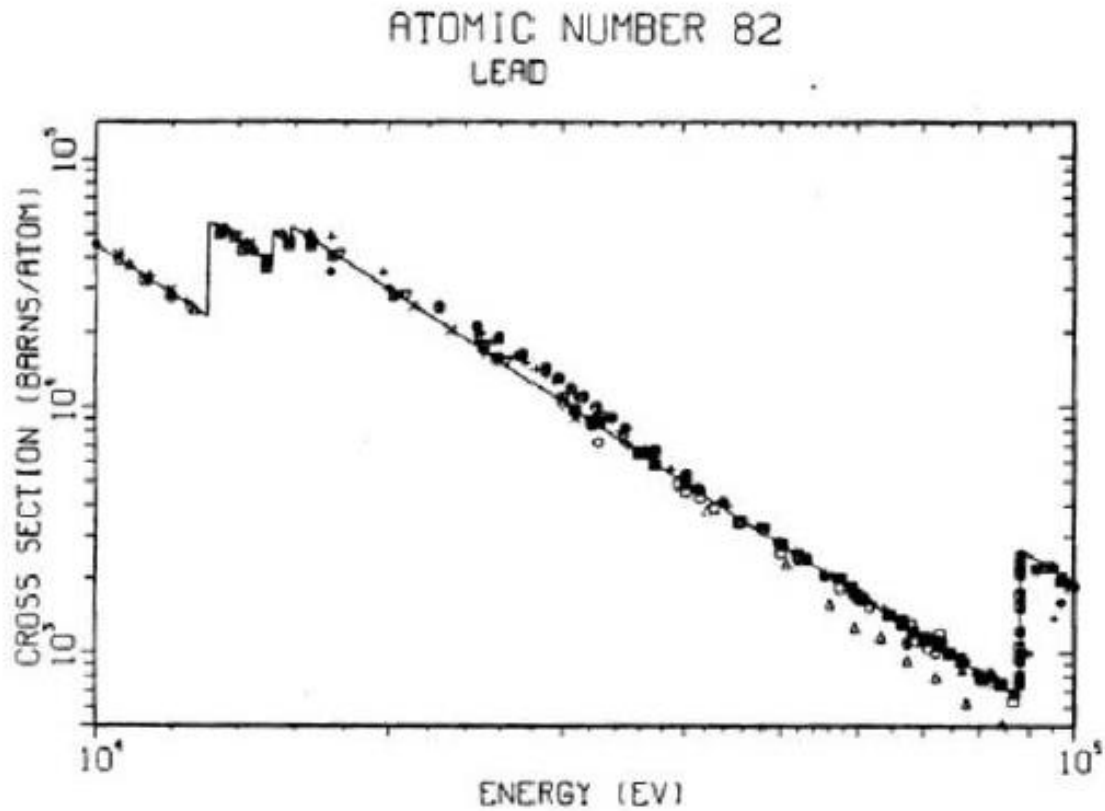


Section efficace: Exemple (1)



Pour E juste $> 88 \text{ keV} \rightarrow$ les 2 e^- de la couche K contribuent pour $3/4$ à la section efficace (par comparaison aux 80 autres e^-) \leftrightarrow grande importance de B_i dans $a\tau$

Section efficace: Exemple (2)



Comparaison théorie ↔ expérience

Distribution angulaire des photoélectrons (1)

- Dans l'approximation de Born non relativiste, la section efficace différentielle $d_a\tau/d\Omega$ est proportionnelle au facteur \rightarrow

$$f(\theta) = \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^4}$$

avec $\beta = v/c$, la vitesse relative du photoélectron et θ , l'angle d'émission du photoélectron relativement à la direction initiale du photon

- La section efficace s'annule dans la direction du photon incident ($\theta = 0$) \rightarrow conséquence de la nature transverse des ondes électromagnétiques \rightarrow l'électron tend à être éjecté dans la direction du champ électrique de l'onde électromagnétique

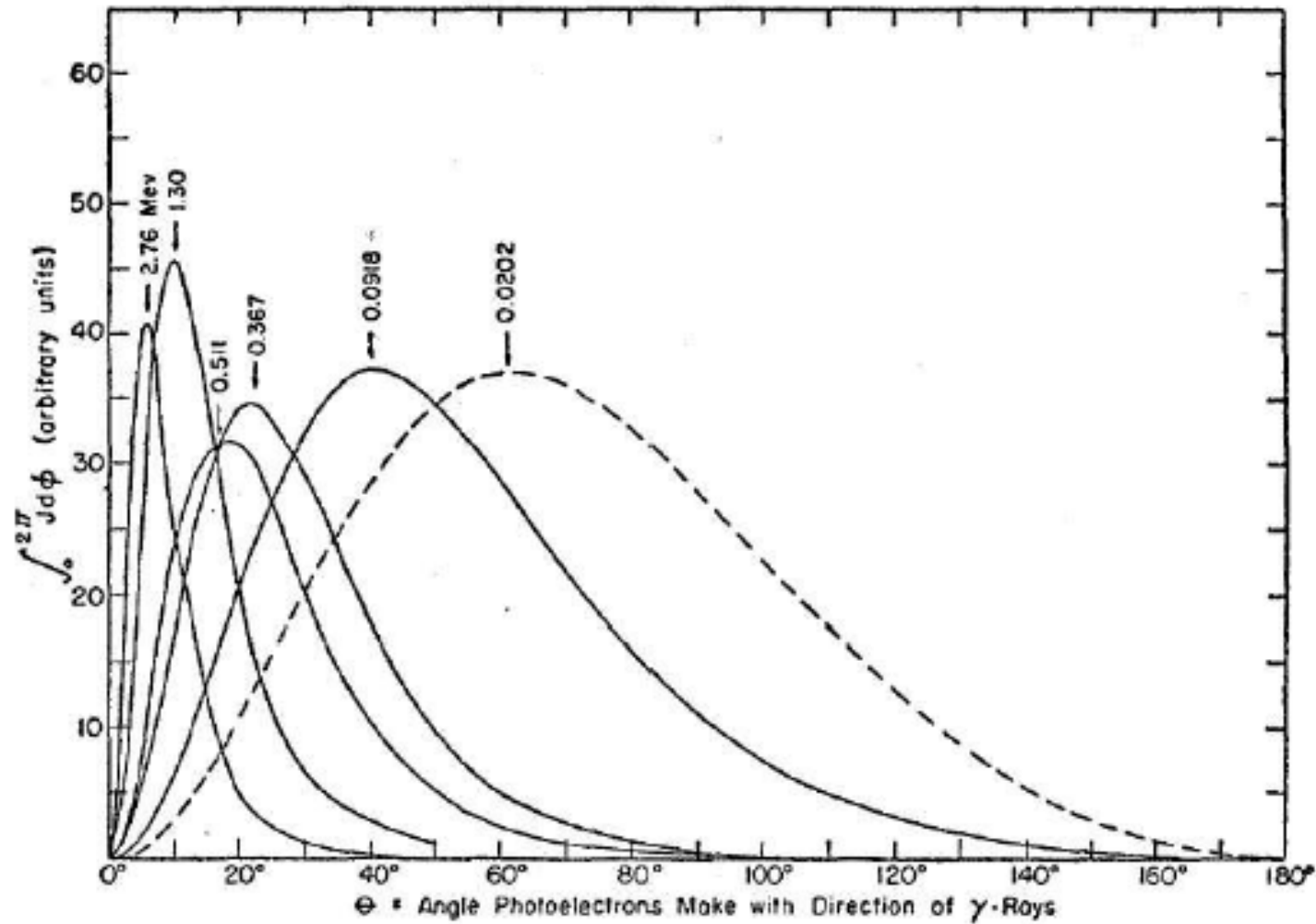
Distribution angulaire des photoélectrons (2)

- Dans le cas relativiste →

$$f(\theta) = \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^4} + \frac{3(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) - 2\beta^2}{2(1 - \beta^2)^{3/2}} \times \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^3}$$

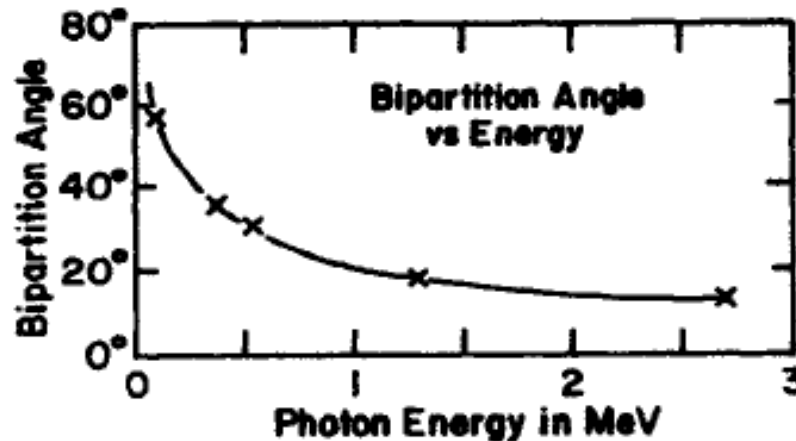
- Dans les 2 cas → Lorsque l'énergie des photons ↗ → de plus en plus d'électrons sont éjectés vers l'avant

Distribution angulaire des photoélectrons: Exemple



Angle de bipartition

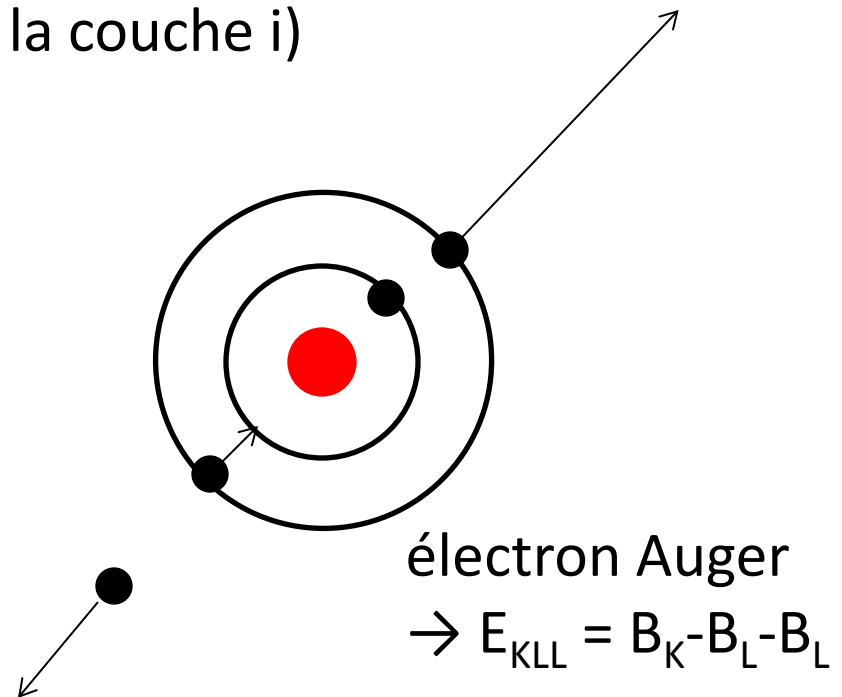
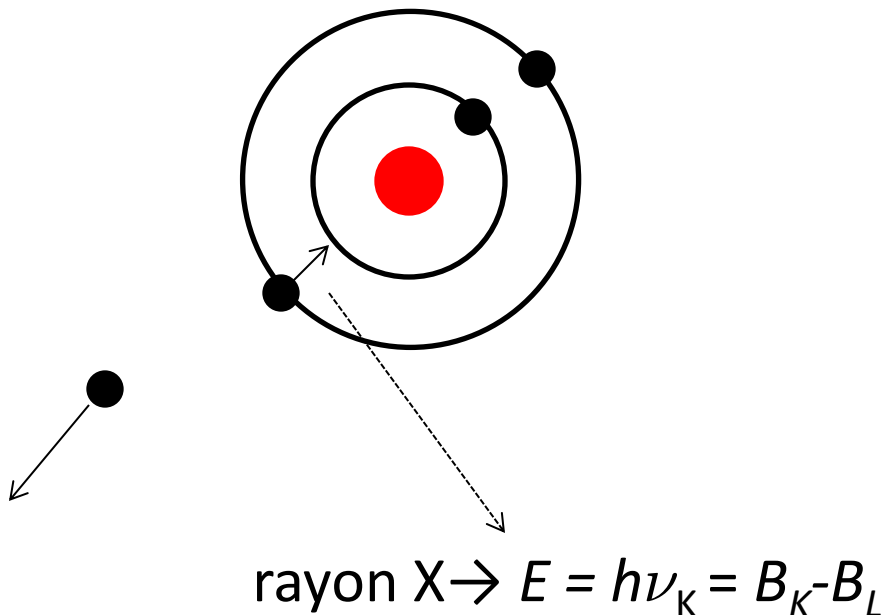
- Angle de bipartition θ_b : angle pour lequel la 1/2 des photoélectrons est émis vers l'avant dans un cône de demi-angle inférieur à θ_b



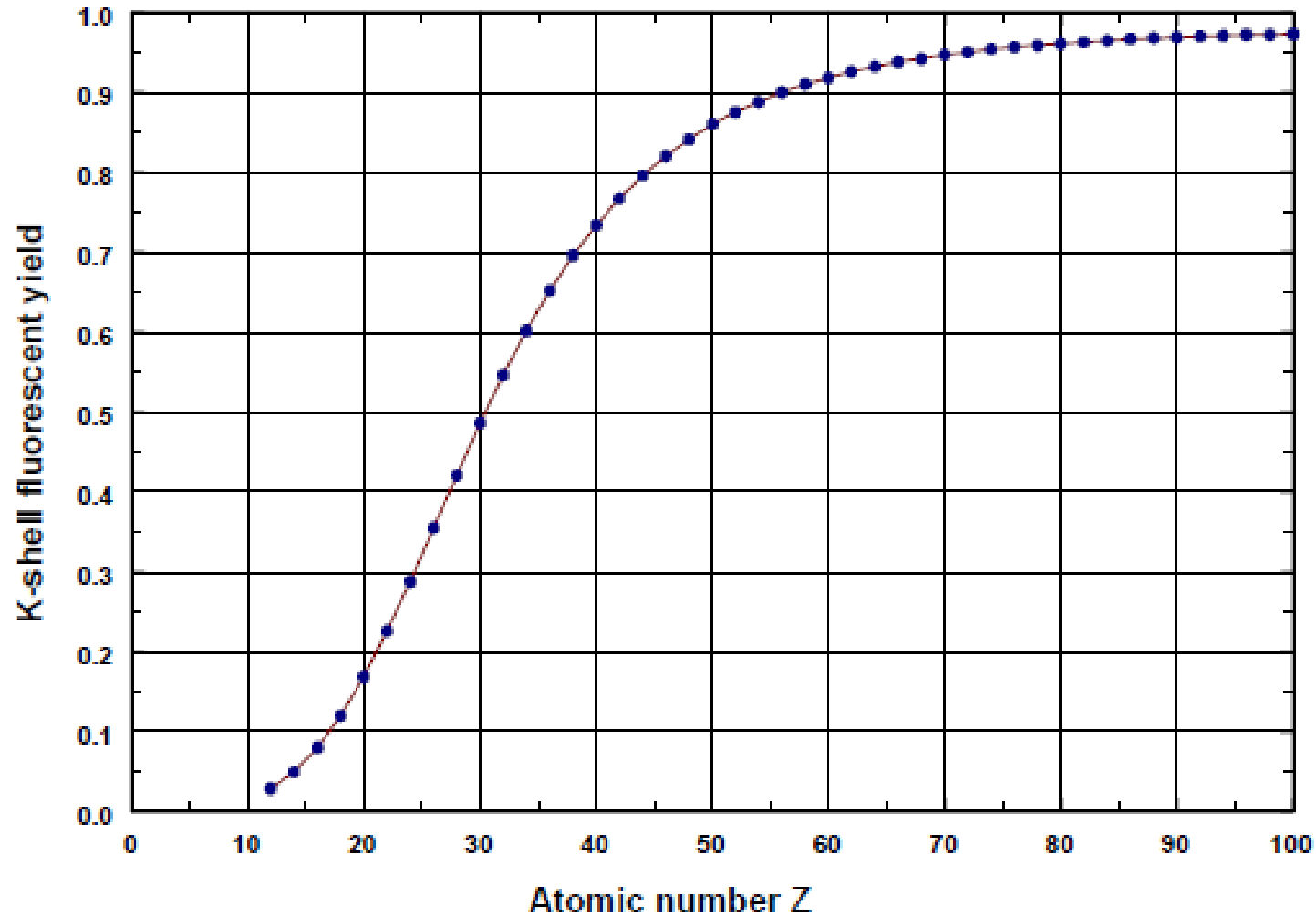
- Par exemple \rightarrow pour $h\nu_0 = 0.5 \text{ MeV} \rightarrow$ la 1/2 des photoélectrons est émis dans un cône de demi-angle $\simeq 30^\circ$

Phénomène consécutif à l'effet photoélectrique

Après un effet photoélectrique → trou dans une couche interne → réarrangement électronique → émission d'un rayon X (fluorescence) ou d'un électron Auger → définition d'un rendement de fluorescence ω_i (probabilité d'émission d'un photon après une transition vers la couche i)

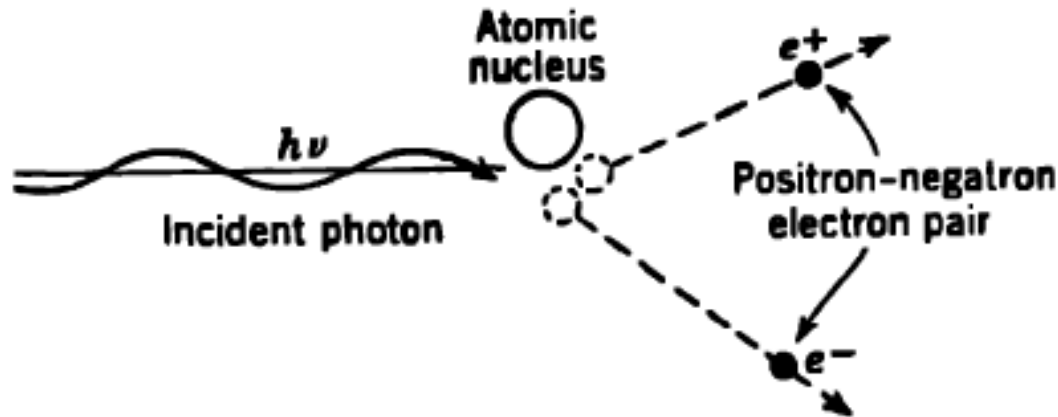


Rendement de fluorescence ω_K



Création de paire

- La création de paire se produit dans le champ électrique du noyau ou d'un électron atomique (plus rarement) → le photon disparaît et il apparaît une paire électron-positron



- Dans le cas de création d'une paire dans le champ électrique d'un électron atomique → on parlera de création de triplet (une partie de l'énergie est transférée à l'électron initial)
- Quelle est l'énergie minimale du photon incident pour avoir création de paire?

Lois de conservation (1)

- Travaillons initialement dans le référentiel de la particule « cible » de masse $M \rightarrow$ cette particule est au repos \rightarrow

$$\text{photon avant} \rightarrow \left(\frac{h\nu_0}{c}, \frac{h\nu_0}{c} \right)$$

$$\text{particule cible avant} \rightarrow \left(\frac{Mc^2}{c}, 0 \right)$$

- Après l'interaction \rightarrow travaillons dans le référentiel du centre de masse \rightarrow

$$\text{électron après} \rightarrow \left(\frac{mc^2 + T_e}{c}, \vec{p}_e \right)$$

$$\text{positron après} \rightarrow \left(\frac{mc^2 + T_p}{c}, \vec{p}_p \right)$$

$$\text{particule cible après} \rightarrow \left(\frac{Mc^2 + T_C}{c}, \vec{p}_C \right)$$

Lois de conservation (2)

- Comme après le choc \rightarrow on travaille dans le référentiel du centre de masse \rightarrow

$$\vec{p}_e + \vec{p}_p + \vec{p}_C = 0$$

- Notons $T_{tot} = T_e + T_p + T_C$
- Par conservation de l'invariant $P^2 = (E/c)^2 + p^2 \rightarrow$

$$\text{avant} \rightarrow P^2 = \left(\frac{h\nu_0}{c} + \frac{Mc^2}{c} \right)^2 - \left(\frac{h\nu_0}{c} \right)^2$$

$$\text{après} \rightarrow P^2 = \left(\frac{2mc^2 + Mc^2 + T_{tot}}{c} \right)^2$$

Lois de conservation (3)

- L'énergie minimale $h\nu_{0,min}$ s'obtient en égalant les deux expressions tout en annulant l'énergie cinétique $T_{tot} \rightarrow$

$$h\nu_{0,min} = 2mc^2 \left(1 + \frac{m}{M} \right)$$

- Dans la champ d'un noyau $\rightarrow M \gg m \rightarrow h\nu_{0,min} = 2mc^2$
- Dans la champ d'un électron $\rightarrow M = m \rightarrow h\nu_{0,min} = 4mc^2$
- Remarque \rightarrow la création de paire dans le champ d'un électron atomique est possible pour une énergie du photon comprise entre $2mc^2$ et $4mc^2$ car l'atome peut emporter une partie de la quantité de mouvement initiale \rightarrow cependant la probabilité de ce phénomène est extrêmement faible

Section efficace dans la champ d'un noyau (1)

- La création de paire se produit sein du nuage électronique → l'effet d'écrantage des électrons atomiques joue un rôle important
- Calculs de section efficace effectués par Bethe et Heitler (1934)
- Dans le champ du noyau → force attractive pour l'électron et force répulsive pour le positron → leurs distributions en énergie doivent être différentes
- Cependant → effet très faible ($< 0.0075 \times Z \text{ MeV}$) → on peut le négliger → la section efficace différentielle de création d'un électron d'énergie cinétique T_- est identique à celle de création d'un positron d'énergie cinétique $T_+ = h\nu_0 - 2mc^2 - T_-$ et elle est symétrique par rapport à l'énergie moyenne →

$$\langle T \rangle = \frac{h\nu_0 - 2mc^2}{2}$$

Section efficace dans la champ d'un noyau (2)

- La section efficace différentielle en énergie s'écrit →

$$\frac{d_a \kappa}{dT_+} = \frac{\sigma_p Z^2 P(T_+, h\nu_0, Z)}{h\nu_0 - 2m_e c^2} \quad \text{pour} \quad h\nu_0 > 2m_e c^2$$

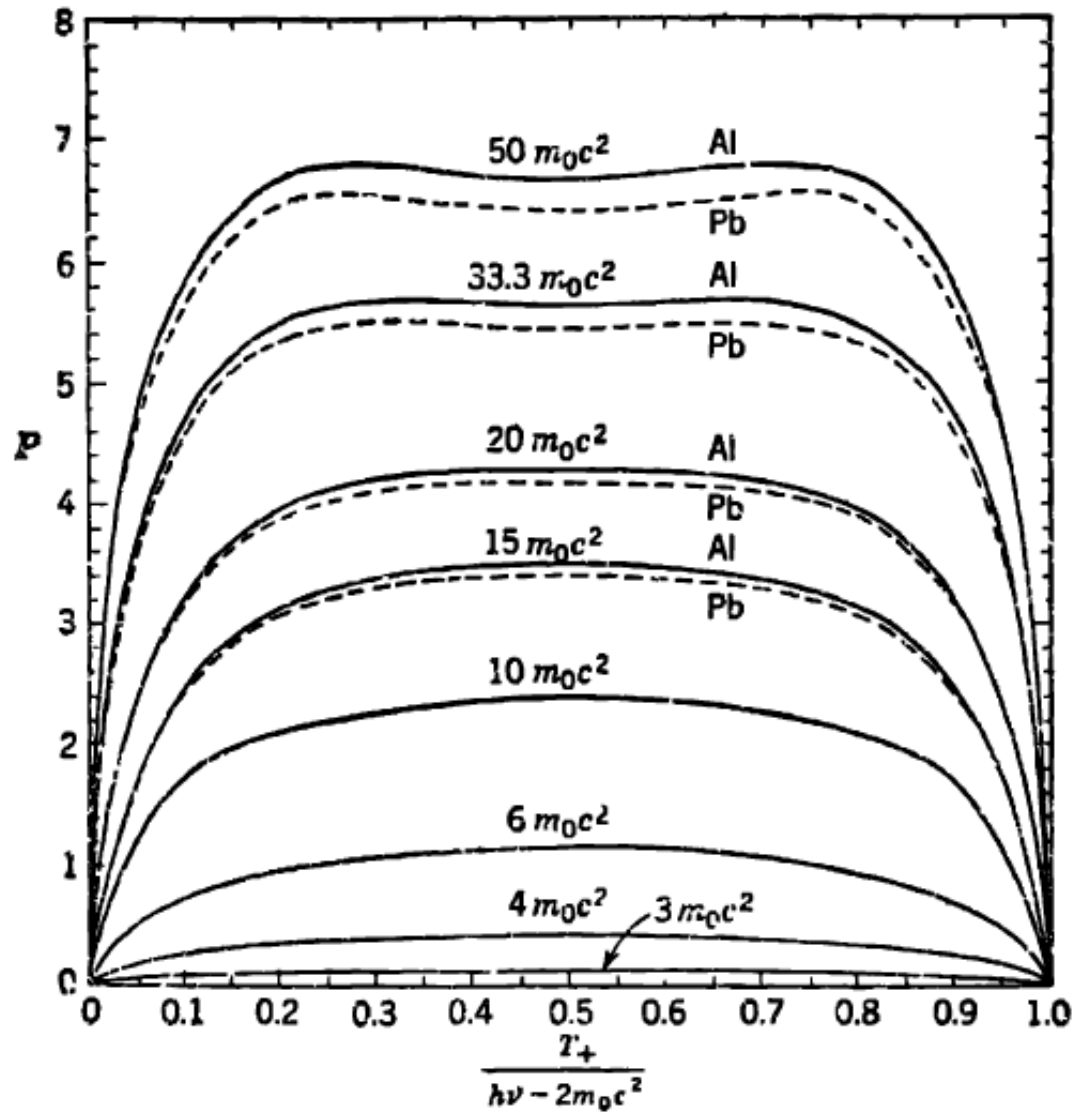
avec $\sigma_p = \alpha r_e^2 = 5.80 \times 10^{-32} \text{ m}^2$

- Qui se note aussi →

$$\frac{d_a \kappa}{dx} = \sigma_p Z^2 P(x, h\nu_0, Z)$$

avec $x = T_+ / (h\nu_0 - 2m_e c^2)$

Fonction $P(x, h\nu_0, Z)$



Commentaires sur la fonction $P(x, h\nu_0, Z)$

- La fonction est symétrique
- La fonction P dépend très peu du numéro atomique $Z \rightarrow$ la section efficace est donc proportionnelle à Z^2
- La fonction P est une fonction lentement variable de l'énergie $h\nu_0$ du photon
- Les formes des différentes courbes sont très semblables
- Pour $0.2 < x < 0.8 \rightarrow P$ est approximativement constant

Section efficace totale

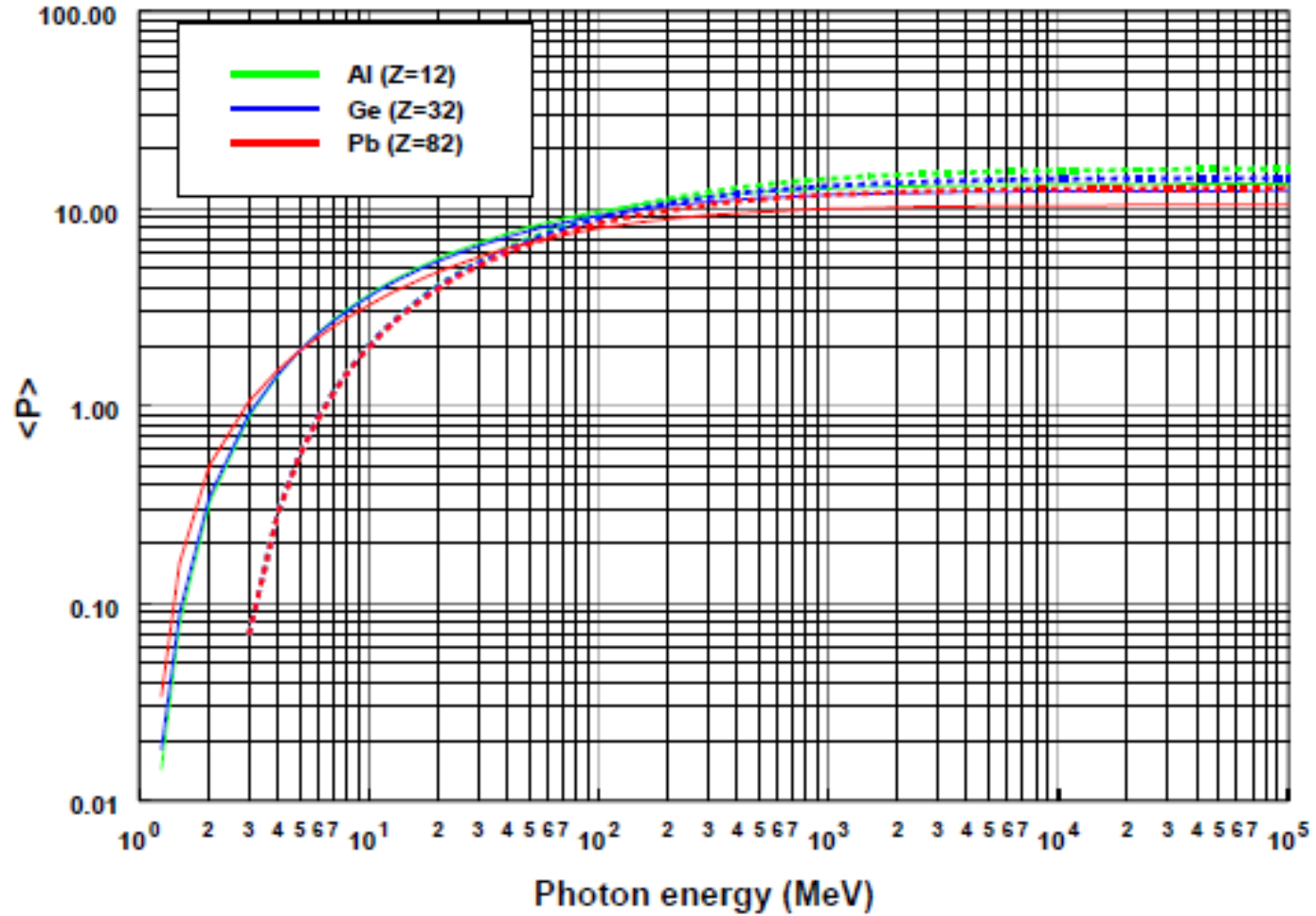
- La section efficace totale est donnée par intégration sur T_+ →

$$\begin{aligned} {}_a\kappa &= \int_{T_+} d_a\kappa = \sigma_p Z^2 \int_0^{h\nu_0 - 2mc^2} \frac{P dT_+}{h\nu_0 - 2mc^2} \\ &= \sigma_p Z^2 \int_0^1 P d\left(\frac{T_+}{h\nu_0 - 2mc^2}\right) \\ &= \sigma_p Z^2 \langle P \rangle \end{aligned}$$

avec $\langle P \rangle$, la valeur moyenne de P

- $\langle P \rangle$ dépend très peu de Z et est lentement croissante en fonction de $h\nu_0$ pour devenir constante pour les grandes énergies (> 100 MeV) à cause de l'écrantage du champ nucléaire par les électrons atomiques

Fonction $\langle P \rangle$



- Traits pleins: champ du noyau
- Tirets: champ de l'électrons

Section efficace dans la champ d'un électron

- Calcul très compliqué
- On peut montrer que \rightarrow

$$a\kappa_{triplet} = \sigma_p Z \langle P \rangle_{triplet} \quad \text{pour} \quad h\nu_0 > 4m_e c^2$$

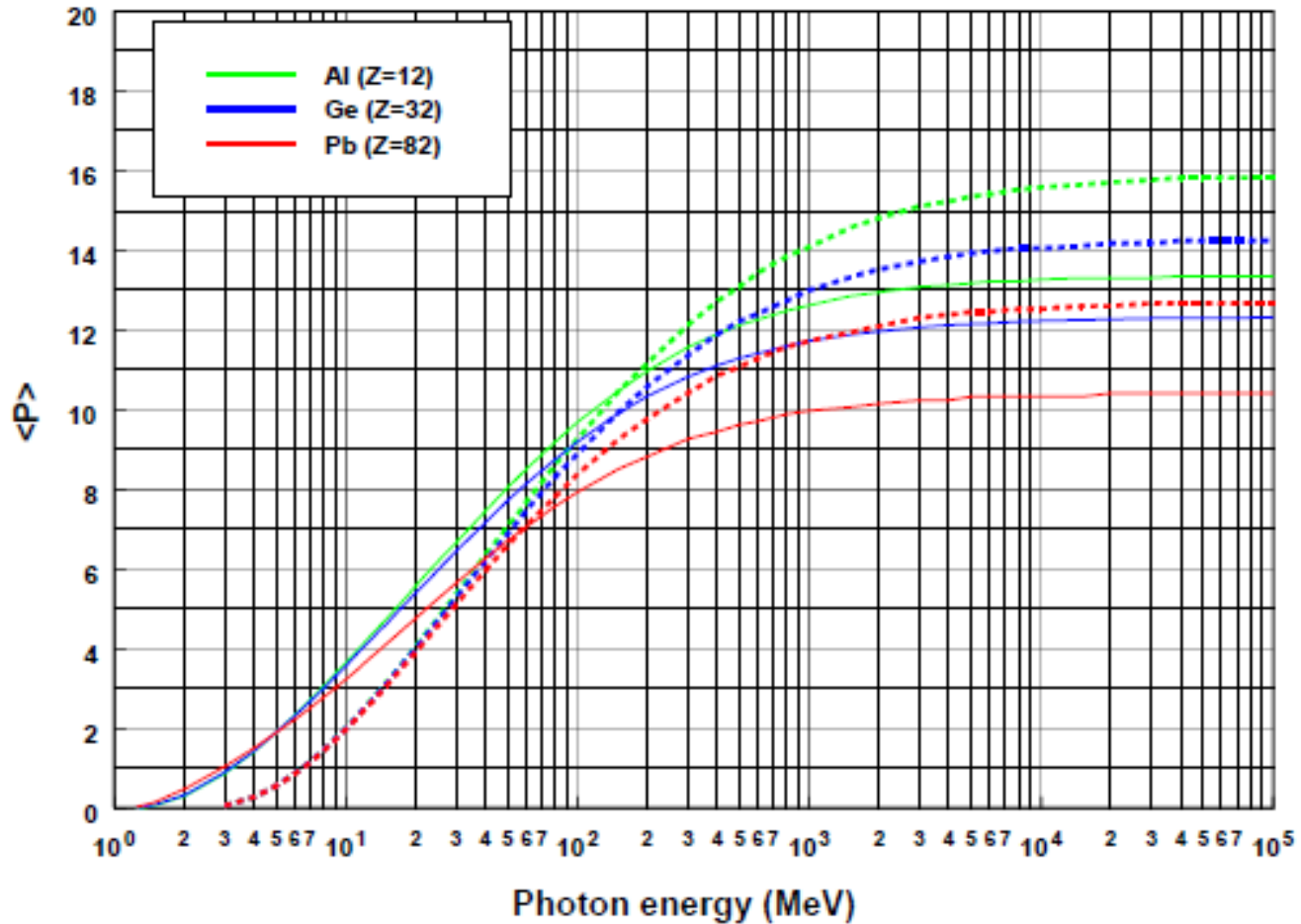
- Et donc que \rightarrow

$$\frac{a\kappa_{triplet}}{a\kappa} \simeq \frac{1}{CZ}$$

avec C , un paramètre dépendant seulement de $h\nu_0$ tel que $C \rightarrow 1$ pour $h\nu_0 \rightarrow \infty$ et \nearrow lentement pour $h\nu_0 \searrow$ ($C \approx 2$ pour $h\nu_0 = 5$ MeV)

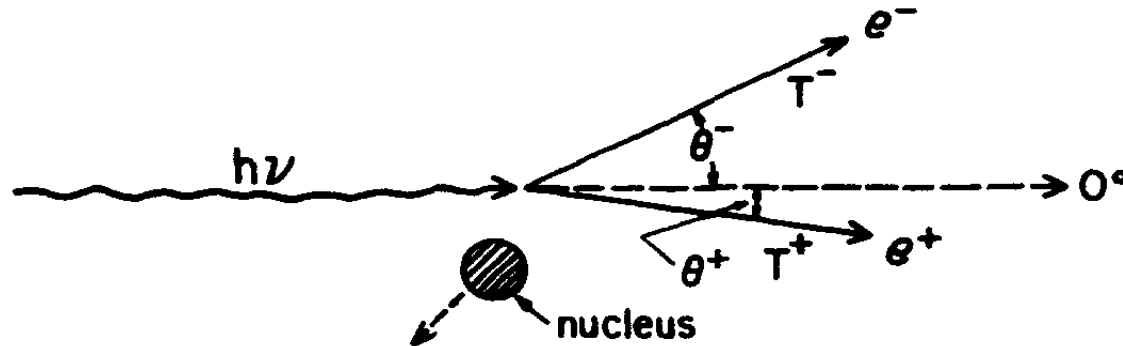
- La création de paire dans le champ des électrons contribue peu à la section efficace totale de création de paire sauf pour les matériaux à Z petit (1% pour Pb et 5-10% pour $Z \sim 10$)

Fonction $\langle P \rangle_{\text{triplet}}$



- Traits pleins: champ du noyau
- Tirets: champ de l'électrons

Direction d'émission de la paire $e^- - e^+$



- Pour $h\nu_0$ largement supérieur à l'énergie seuil, les électrons et positrons sont fortement émis vers l'avant
- Leur angle d'émission moyen relatif à la direction d'origine du photon vaut grossièrement (en radians) \rightarrow

$$\langle \theta \rangle \simeq \frac{mc^2}{\langle T \rangle}$$

- Exemple: Pour $h\nu_0 = 5 \text{ MeV} \rightarrow \langle T \rangle = 1.989 \text{ MeV}$ et $\langle \theta \rangle = 0.26$ radians $\simeq 15^\circ$

Phénomène consécutif à la création de paire

- Le positron s'annihile avec un électron (au repos) lorsqu'il traverse la matière
- D'abord il ralenti dans la matière car les collisions coulombiennes sont nettement plus probables que l'annihilation
- L'annihilation se produit donc le plus fréquemment lorsque le positron est quasi au repos et deux photons de 511 keV sont produits à 180° l'un de l'autre

Photodésintégration du noyau

- Le photon est absorbé par un noyau et une particule est émise
- Cette particule peut être un photon ou une particule légère: p , n , α ,...
- Cette interaction est possible quand l'énergie du photon est plus grande que l'énergie seuil du processus (entre 8 and 20 MeV)

Comparaison des différents effets

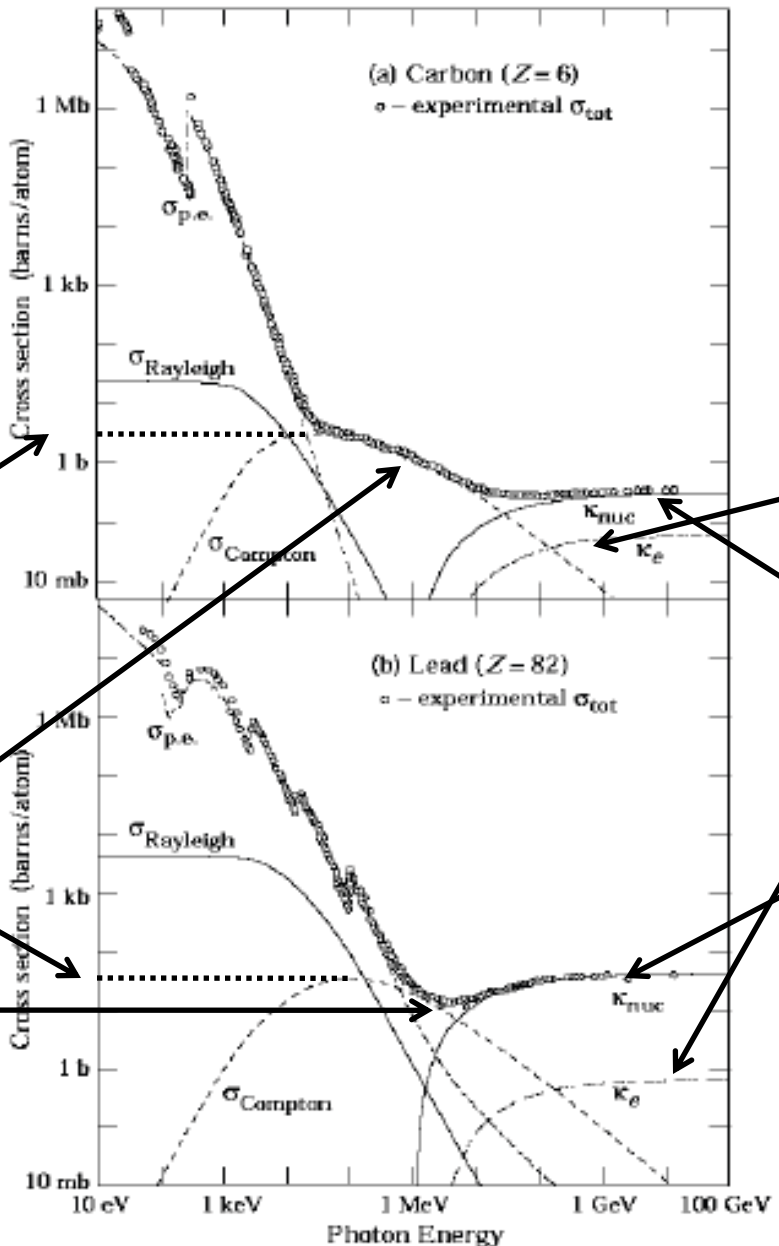
Photoélectrique: complexe

Effet en $Z + \text{facteur } C$

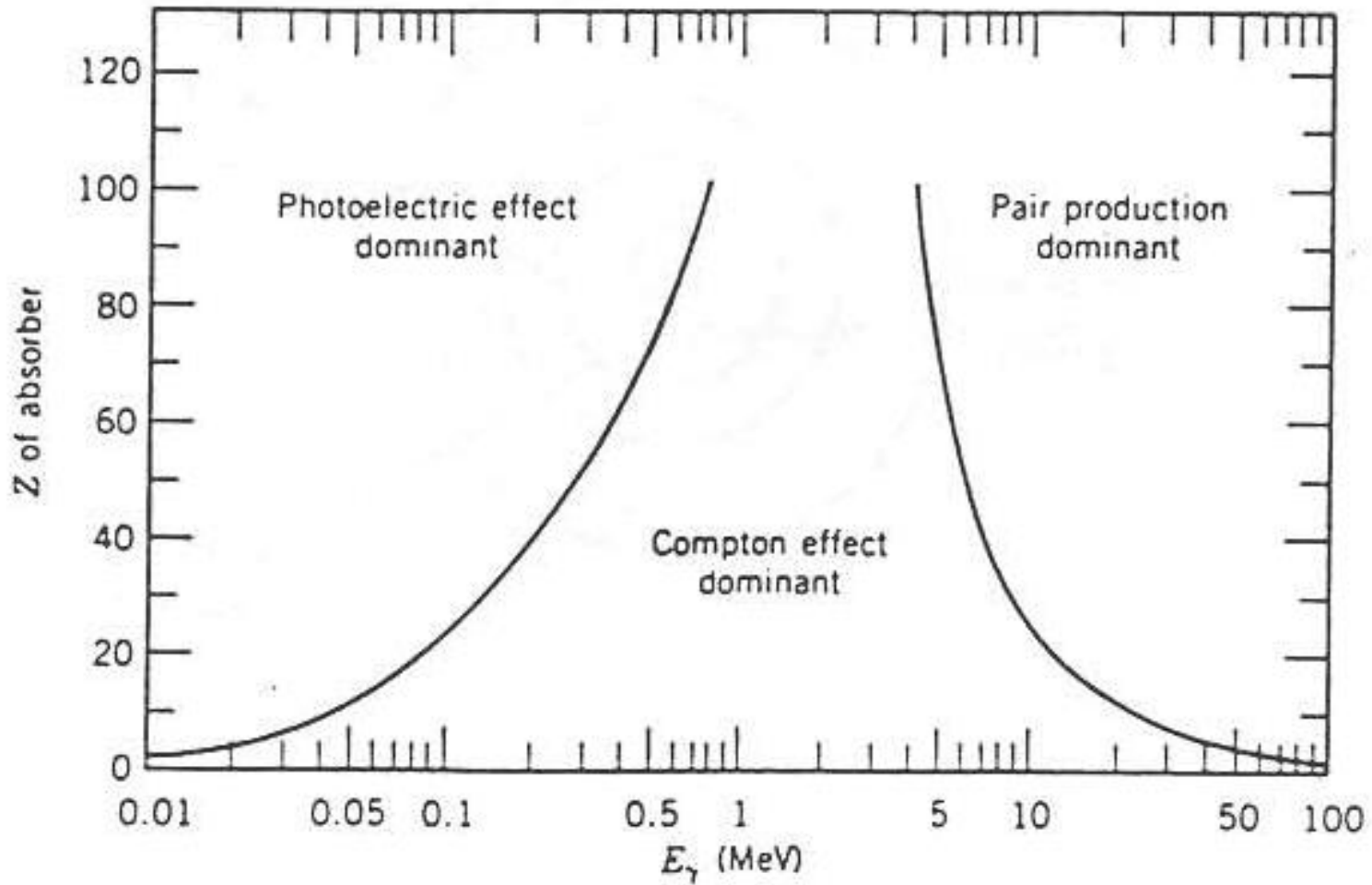
Thomson

Effet en Z^2

Effet en Z



Comparaison des 3 effets dominants



Coefficients d'atténuation (1)

- Les trois principaux processus d'interaction d'un photon dans la matière ont été caractérisé par leur section efficace de collision par atome:
 - Effet photoélectrique: ${}_a\tau$
 - Effet Compton: ${}_a\sigma = Z\sigma$
 - Création de paire: ${}_a\kappa$
- Puisque les autres processus jouent un rôle négligeable dans le domaine d'énergie considéré \rightarrow la section efficace totale par atome ${}_a\mu$ vaut \rightarrow

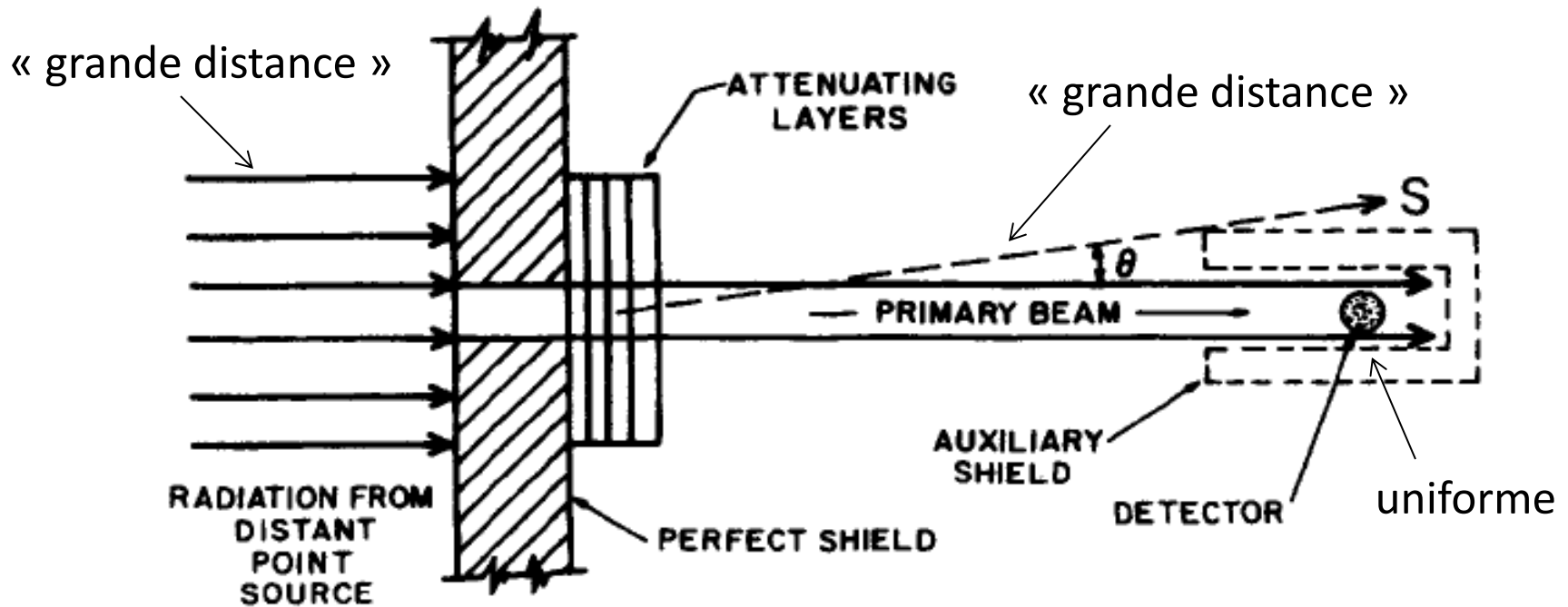
$${}_a\mu = {}_a\tau + {}_a\sigma + {}_a\kappa$$

Coefficients d'atténuation (2)

- Comme vu précédemment → dans une cible mince (densité atomique N) et d'épaisseur dx , la probabilité qu'un photon ait une collision vaut ${}_a\mu N dx$
- Pour un faisceau monoénergétique constitué de I photons ($||$) par unité de temps → le taux de collision vaut $I {}_a\mu N dx$
- La variation dI de l'intensité après avoir traversé la cible est (tous les chocs faisant quitter le faisceau → tous les chocs sont absorbants) → $dI = -I {}_a\mu N dx$
- Pour une cible finie (épaisseur l) et un faisceau initial \perp à la cible de I_0 particules → l'intensité après le passage dans la cible est →
$$I = I_0 \exp(-{}_a\mu N l)$$
- $\mu = {}_a\mu N$: **Coefficient linéique d'atténuation** (unité: m^{-1}) → permet d'évaluer la fréquence des collisions

Remarque sur les conditions expérimentales

Pour vérifier la loi exponentielle → il faut utiliser une géométrie particulière → *géométrie à faisceau étroit* qui empêche les primaires déviées et les secondaires d'atteindre le détecteur



Géométrie à faisceau étroit

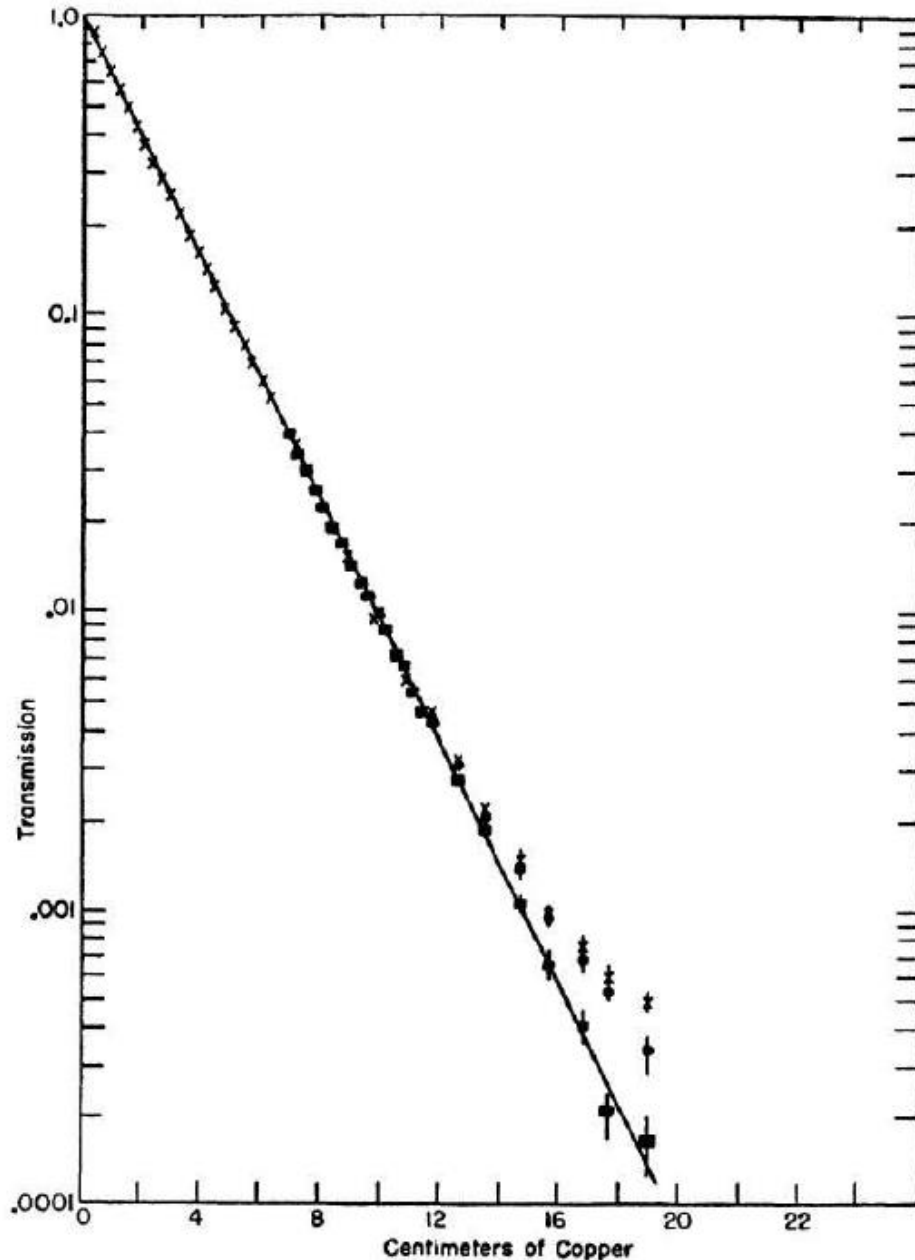
Géométrie à faisceau étroit: caractéristiques

- Grande distance entre la source et l'atténuateur → particules perpendiculairement incidentes sur l'atténuateur
- Grande distance entre l'atténuateur et le détecteur → toute particule défléchie dans l'atténuateur manquera le détecteur (intensité du faisceau primaire au détecteur indépendante de la distance de l'atténuateur \leftrightarrow intensité des primaires déviées et des secondaires \searrow en fonction du carré de cette distance) → l'intensité relative du faisceau primaire \nearrow en fonction de cette distance
- Le faisceau est collimaté de manière à recouvrir le détecteur uniformément → \searrow du nombre de primaires déviées et de secondaires générés dans l'atténuateur

Géométrie à faisceau étroit: blindages

- Le blindage devant l'atténuateur est sensé stopper toutes le radiations incidentes excepté celles qui passent par l'ouverture
- Le blindage autour du détecteur est sensé stopper toutes le radiations excepté celles qui passent par l'ouverture ($\theta \approx 0^\circ$) → Pb pour stopper les rayons X ou γ (avantage: faible épaisseur)

Exemple d'expérience d'atténuation



Transmission des γ du ^{60}Co (1.17 et 1.33 MeV) dans une cible de cuivre

Coefficients dérivés

- On peut aussi écrire (avec M est la masse molaire du matériau, ρ sa masse volumique et N_A le nombre d'Avogadro):

$$\mu l = \left(a \mu \frac{N_A}{M} \right) (\rho l)$$

- (ρl) : **Densité massique superficielle** (unité: kg m^{-2})
- μ/ρ : **Coefficient massique d'atténuation** (unité: $\text{m}^2 \text{kg}^{-1}$) \rightarrow

$$\left(\frac{\mu}{\rho} \right) = \left(a \mu \frac{N_A}{M} \right)$$

- $\lambda = 1/\mu$: **Libre parcours moyen** (unité: m) \rightarrow distance moyenne parcourue par un photon entre deux collisions
- ρ/μ : **Longueur massique d'atténuation** (unité: kg m^{-2})

Coefficient massique d'atténuation (1)

- μ/ρ : **Coefficient massique d'atténuation** (unité: m^2kg^{-1}) \rightarrow quotient de dI/I par ρdl où dI/I est la fraction de particules indirectement ionisantes qui subissent des interactions le long de la distance dl parcourue dans un matériau de masse volumique ρ
- Coefficient global \rightarrow prend en compte les interactions des particules dans la matière sans préciser la nature de l'interaction
- Les coefficients massiques sont directement proportionnels à la section efficace et ne dépendent donc pas de la nature physique de la cible \rightarrow ce sont ces coefficients qui sont donnés dans les tables

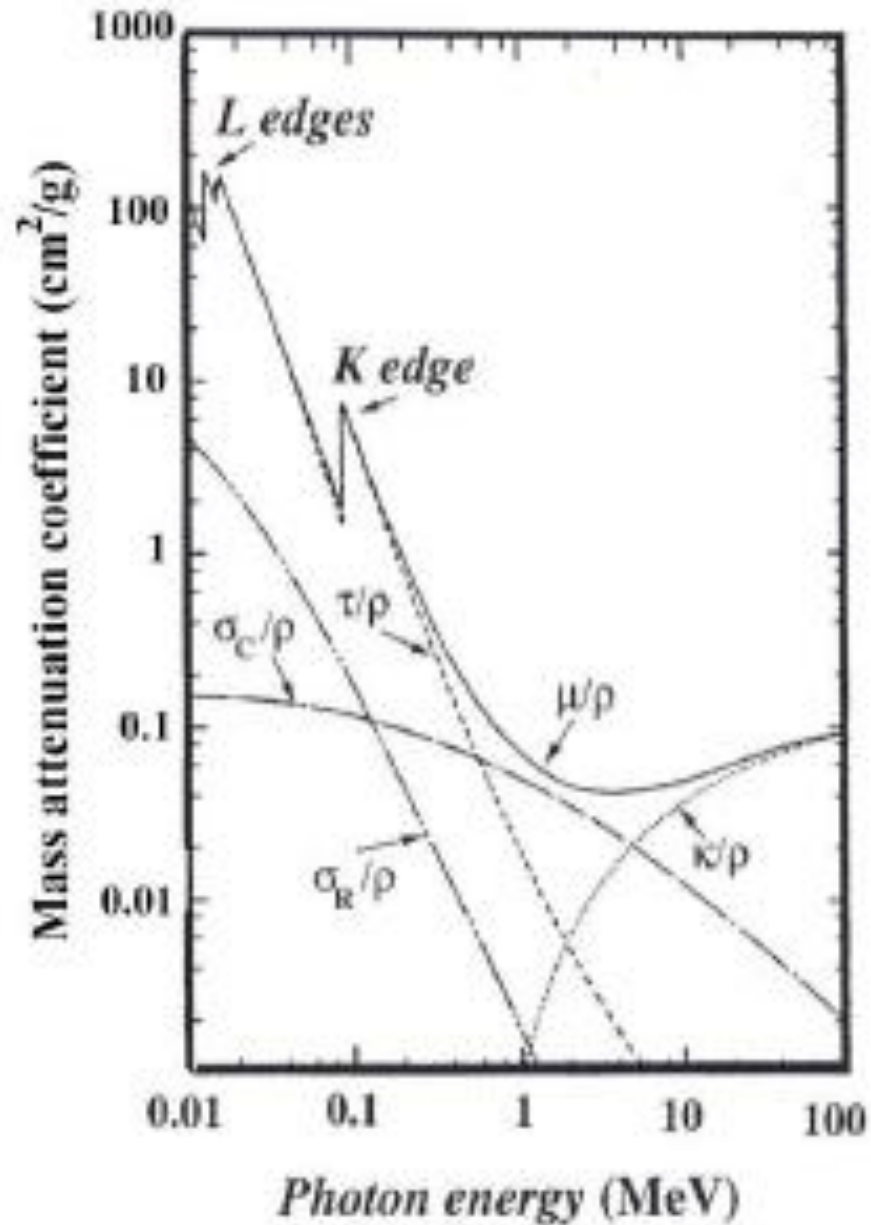
Coefficient massique d'atténuation (2)

- Dans un matériau qui contient plusieurs espèces d'atomes → la probabilité d'interaction est la somme des probabilités d'interaction avec chaque type d'atomes (car les énergies de liaison moléculaire sont faibles comparées aux énergies des γ)
- Le Coefficient massique d'atténuation total est donné par →

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right) = \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_1 w_1 + \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_2 w_2 + \dots$$

avec w_i , les fractions massiques des différentes espèces d'atomes

Coefficient massique d'atténuation: Exemple du Pb



Coefficient massique d'atténuation: exemples

- 1 MeV photons dans l'air: $\mu/\rho = 0.064 \text{ cm}^2/\text{g}$ avec $\rho(\text{air}) = 0.001205 \text{ g/cm}^3 \rightarrow \mu = 7.71 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1} \rightarrow$ après 1m $\rightarrow I/I_0 = 99.2\%$
- 10 keV photons dans l'air : $\mu/\rho = 5.1 \text{ cm}^2/\text{g}$ avec $\rho(\text{air}) = 0.001205 \text{ g/cm}^3 \rightarrow \mu = 6.15 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1} \rightarrow$ après 1m $\rightarrow I/I_0 = 54.1\%$
- 1 MeV photons dans le Pb: $\mu/\rho = 0.070 \text{ cm}^2/\text{g}$ avec $\rho(\text{Pb}) = 11.35 \text{ g/cm}^3 \rightarrow \mu = 7.95 \cdot 10^{-1} \text{ cm}^{-1} \rightarrow$ après 1m $\rightarrow I/I_0 \approx 0\%$
 \rightarrow après 1cm $\rightarrow I/I_0 \approx 45.2\%$
- 1 MeV photons dans H₂O: $\mu/\rho = 0.071 \text{ cm}^2/\text{g}$ avec $\rho(\text{H}_2\text{O}) = 1.0 \text{ g/cm}^3 \rightarrow \mu = 7.7 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1} \rightarrow$ après 1m $\rightarrow I/I_0 \approx 0\%$
 \rightarrow après 1cm $\rightarrow I/I_0 \approx 92.5\%$

<http://www.nist.gov/pml/data/xraycoef/index.cfm>

Coefficient de transfert massique d'énergie (1)

- Le coefficient d'atténuation massique μ/ρ est une mesure du nombre moyen d'interactions entre un photon et la matière → il permet d'évaluer la fréquence des collisions
- Pour de nombreuses applications → la paramètre important est l'énergie déposée « localement » dans la matière c'est-à-dire l'énergie cédée aux électrons produits → les effets des photons dans la matière sont dus presque exclusivement aux électrons produits
- Définition d'une autre grandeur plus adaptée à cet aspect le coefficient de transfert massique d'énergie, μ_{tr}/ρ

Coefficient de transfert massique d'énergie (2)

- μ_{tr}/ρ : **Coefficient de transfert massique d'énergie** (unité: m^2kg^{-1}) \rightarrow quotient de $dE_{tr}/(EN)$ (avec E l'énergie de chaque particule à l'exclusion de l'énergie au repos) par ρdl où $dE_{tr}/(EN)$ est la fraction d'énergie des particules incidentes transformée en énergie cinétique de particules chargées par interactions dans une épaisseur dl du matériau de masse volumique $\rho \rightarrow$ autre notation: $\mu_{tr} = (E_{tr}/E)\mu$
- Coefficient global d'absorption massique en énergie qui sera la somme des coefficients d'interactions considérés
- On le définit aussi comme \rightarrow

$$\frac{\mu_{tr}}{\rho} = f_{ph} \frac{\tau}{\rho} + f_C \frac{\sigma}{\rho} + f_{pn} \frac{\kappa_n}{\rho} + f_{pe} \frac{\kappa_e}{\rho}$$

avec f_i , les fractions d'énergie du photon transférées sous forme d'énergie cinétique à des particules chargées pour chaque processus

Fractions d'énergie transférées

- Effet photoélectrique →

$$f_{ph} = 1 - \frac{E_X}{E}$$

avec E_X , l'énergie moyenne des photons de fluorescence

- Effet Compton →

$$f_C = 1 - \frac{\langle E_1 \rangle + E_X}{E}$$

avec $\langle E_1 \rangle$, l'énergie moyenne du photon diffusé → remarque: formellement les rayons X produits doivent être pris en compte même si en pratique on peut les négliger

- Création de paire (dans le champs du noyau et de l'électron) →

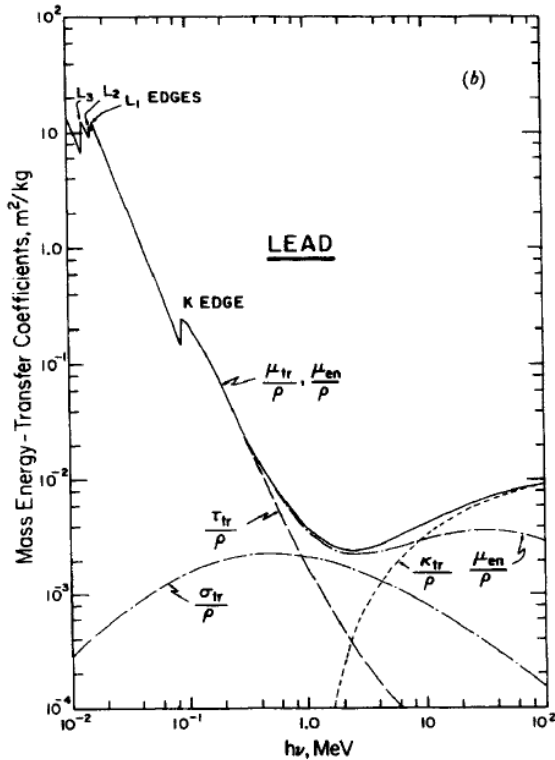
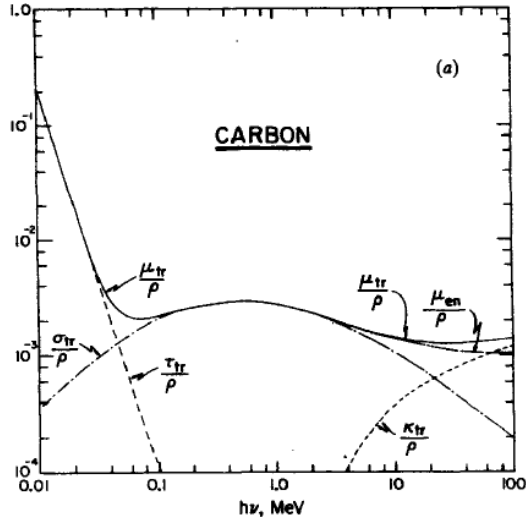
$$f_{pn} = 1 - \frac{2mc^2}{E} \quad f_{pe} = 1 - \frac{2mc^2 + E_X}{E}$$

Coefficient d'absorption massique en énergie

- Une fraction de l'énergie cinétique emportée par les particules chargées mises en mouvement lors des interactions des particules primaires avec le matériau peut ne pas être absorbée localement → une partie de leur énergie peut être émise sous forme de rayonnement de freinage (surtout pour des électrons secondaires d'énergie élevée)
- μ_{en}/ρ : **Coefficient d'absorption massique en énergie** (unité: m^2kg^{-1}) → produit du coefficient de transfert massique en énergie par $(1-g)$, où g est la fraction de l'énergie des particules secondaires chargées perdue sous forme de rayonnement de freinage dans le matériau

$$\frac{\mu_{en}}{\rho} = (1 - g) \frac{\mu_{tr}}{\rho}$$

Comparaison $\mu_{tr} \leftrightarrow \mu_{en}$ (1)



Différence significative uniquement pour les énergies de γ élevées \rightarrow quand les particules chargées produites ont suffisamment d'énergie pour que le rayonnement de freinage soit important (surtout pour les matériaux à Z élevés)

Comparaison $\mu_{\text{tr}} \leftrightarrow \mu_{\text{en}}$

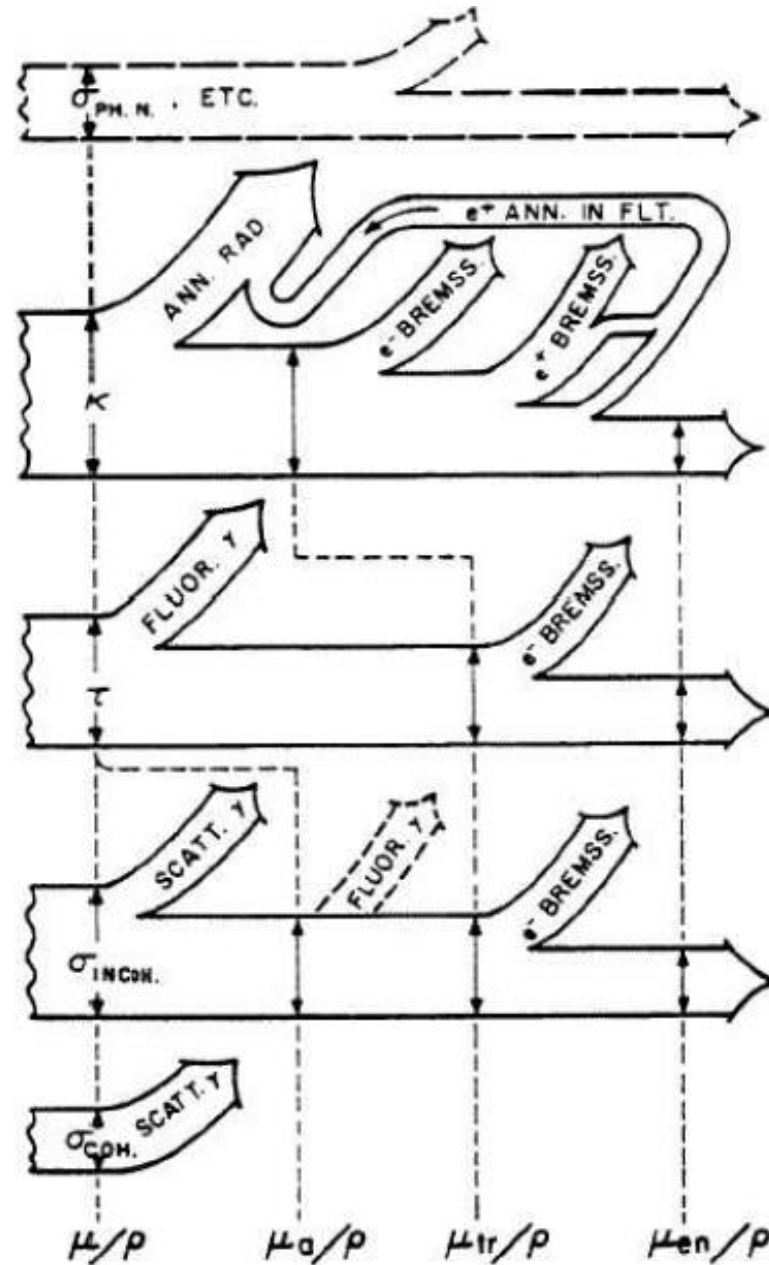
γ -ray Energy (MeV)	$100 (\mu_{\text{tr}} - \mu_{\text{en}})/\mu_{\text{tr}}$		
	$Z = 6$	29	82
0.1	0	0	0
1.0	0	1.1	4.8
10	3.5	13.3	26

Coefficient d'absorption massique

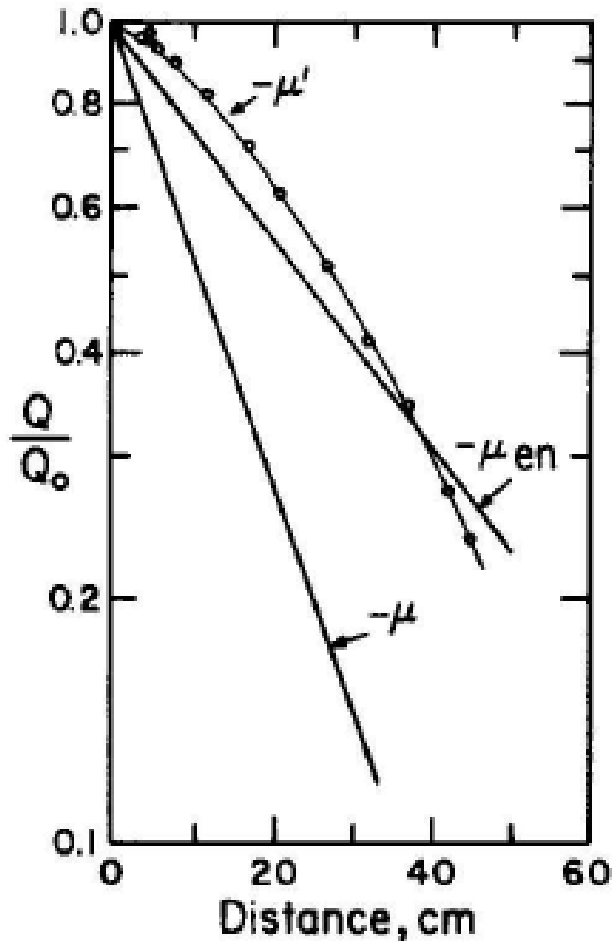
- μ_a/ρ : **Coefficient d'absorption massique** (unité: m^2kg^{-1}) → coefficient pour lequel on suppose que seuls les photons diffusés (de manière cohérente ou incohérente) emportent de l'énergie
- Coefficient très peu (jamais!) utilisé
- Au final →

$$\mu \geq \mu_a \geq \mu_{tr} \geq \mu_{en}$$

Représentation schématique des différents coefficients



Exemple d'application des coefficients



Énergie déposée dans de l'eau par une source γ de ^{60}Co ponctuelle placée au centre d'une sphère d'eau en fonction de la distance entre la source et le détecteur

Unité de Hounsfield (1)

- Valeurs numériques de μ pas très parlantes en routine clinique pour des praticiens lors d'un scanner ou CT-SCAN (computerized tomography) → introduction d'une autre unité plus facile à manipuler
- Les valeurs d'atténuation lors d'un CT sont exprimées en unités de Hounsfield (UH) suivant une échelle linéaire de densités
- Dans l'échelle de Hounsfield → valeur de 0 UH attribuée arbitrairement à l'eau et valeur de -1000 UH à l'air (CNTP) → 1 UH est définie comme la millièème partie de l'écart entre ces deux valeurs →

$$1 \text{ UH} = \frac{\mu_{eau} - \mu_{air}}{1000} \approx \frac{\mu_{eau}}{1000}$$

- Les valeurs pour des tissus d'atténuation μ_i sont obtenues via:

$$\text{Valeur CT (UH)} = 1000 \times \frac{\mu_i - \mu_{eau}}{\mu_{eau}}$$

Unité de Hounsfield (2)

Matière	UH
Air	-1 000
Poumon	-500
Graisse	-70 à -30
Eau	0
Liquide cérébro-spinal	15
Rein	30
Sang	+30 à +45
Muscle	+10 à +40
Matière grise	+37 à +45
Matière blanche	+20 à +30
Foie	+40 à +60
Tissus mous	+100 à +300
Os	+700 (os spongieux) à +3 000 (os denses)

Unité de Hounsfield (3)

- Intérêt de cette échelle en informatique → codage de l'information en 12 bits par pixel → présence de nombres entre -1024 pour le vide et 3071 pour les os (0 est un nombre) → $2^{12} = 4096$ niveaux de densité tissulaire (remarque: pour les métaux (implants) → attribution de la valeur max 3071)
- Représentation par fenêtrage = application des valeurs en unités Hounsfield sur l'échelle des grisés
- Valeurs UH pour chaque pixel converties en une image numérique → attribution d'une intensité d'échelle de gris à chaque valeur (+ le nombre est ↗ → + l'intensité du pixel est lumineuse) → accroissement du contraste sur la famille de tissus qui constituent la région d'intérêt (tissus mous)
- Exemple: la graisse est moins dense que l'eau (valeur UH entre -30 et -70) → la graisse apparaît toujours plus sombre que l'eau dans les images CT

Unité de Hounsfield (4)

