

Partie II:
Interactions des rayonnements
ionisants avec la matière

Chapitre 1:

Interaction des particules chargées avec la matière: Considération de base

Introduction

Différents types de rayonnements ionisants (« ionizing radiations ») →

- Particules chargées :
 - électron (e^-) et positron (e^+)
 - Ions légers (muons (μ^-), protons, particules α , ...)
 - Ions lourds ($A > 4$)
 - Objets structurés
- Photons (particules neutres sans masse):
 - Rayonnements γ (origine nucléaire)
 - Rayonnements X (origine atomique)
- Neutrons (particules neutres)

Interactions avec la matière (1)

- Pour chaque type de rayonnement → mécanisme d'interaction particulier avec la matière (assemblage d'atomes isolés sans interaction entre eux → « gaz » d'atomes):
- Pour les particules chargées → interactions coulombiennes avec les e^- et les noyaux des atomes → collisions fréquentes → l'énergie est perdue de façon quasiment continue → la particule s'arrête après une distance finie dans la matière → définition d'un parcours (« range ») → rayonnements directement ionisants
- Pour les photons et les neutrons → pas de charge → autres mécanismes → pas d'interaction entre 2 événements « catastrophiques » → probabilité de traverser la matière sans interaction → pas de range → rayonnements indirectement ionisants

Interactions avec la matière (2)

Les interactions d'un rayonnement avec la matière peut modifier l'état du rayonnement et aussi l'état de la matière

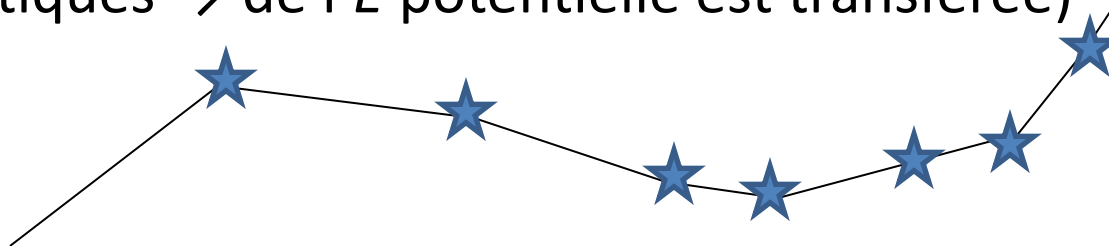
→ pour le rayonnement: il peut être absorbé, dévié, perdre de l'énergie, être modifié (ex: $\alpha \rightarrow \text{He}^+$)

→ pour la matière: les atomes ou molécules peuvent être excités, ionisés ou des réactions nucléaires sont possibles → les excitations et ionisations sont généralement suivies par des processus variés (réactions chimiques,...)

Interaction des particules chargées avec la matière

Les particules chargées subissent des collisions coulombiennes (les réactions nucléaires ne seront pas envisagées ici) avec:

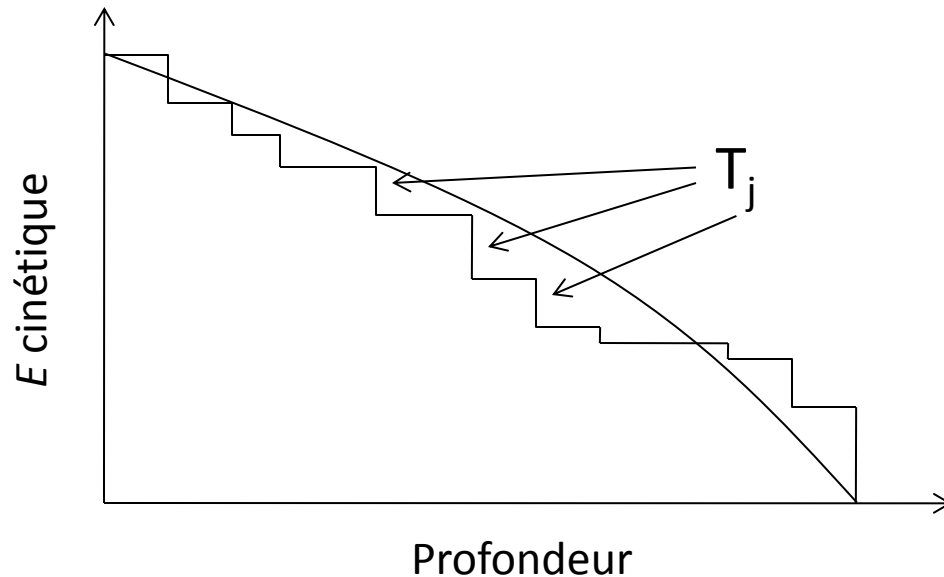
- Les noyaux (rarement): perte d' E importante et grandes déviation angulaires (collisions élastiques \rightarrow seule de l' E cinétique est transférée)
- Les électrons (fréquemment): excitations ou ionisations \rightarrow faibles pertes d' E et petites déviation angulaires (collisions inélastiques \rightarrow de l' E potentielle est transférée)



Trajectoire d'une particule chargée

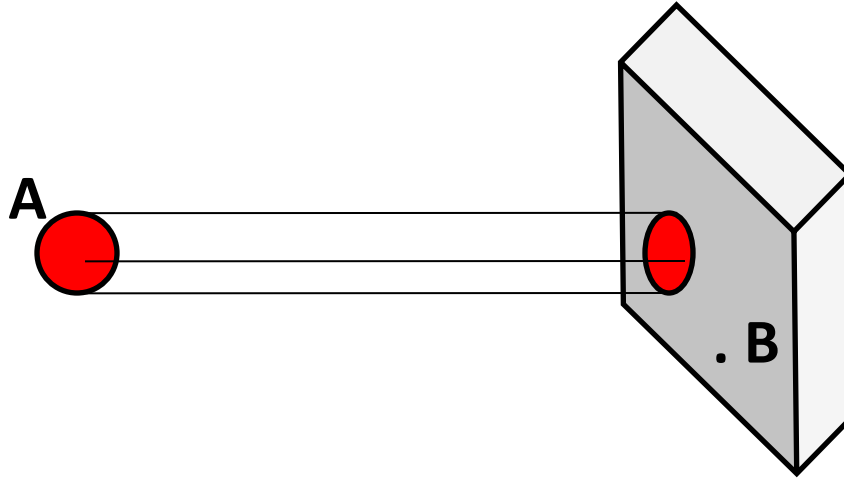
Variations de l'énergie le long de la trajectoire

Pour chaque collision \rightarrow perte d'énergie T_j



Collisions multiples (processus aléatoires) $\rightarrow N$ projectiles suivent N histoires différentes \rightarrow très grand nombre de collisions \rightarrow fluctuations faibles \rightarrow la définition de quantités moyennes est donc possible

Définition de la section efficace



Considérons une particule A de rayon r et donc de section $s = \pi r^2$ et une particule B assimilée à 1 point quelque part (de manière équiprobable) sur une cible de 1 m^2 de surface \perp à la trajectoire de A \rightarrow la probabilité de collision est la probabilité que B soit à l'intérieur de l'aire s sur la cible de 1 m^2 \rightarrow c'est le rapport entre les 2 aires \rightarrow s est appelée section efficace (unité: m^2 ou barn – $1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$) \rightarrow

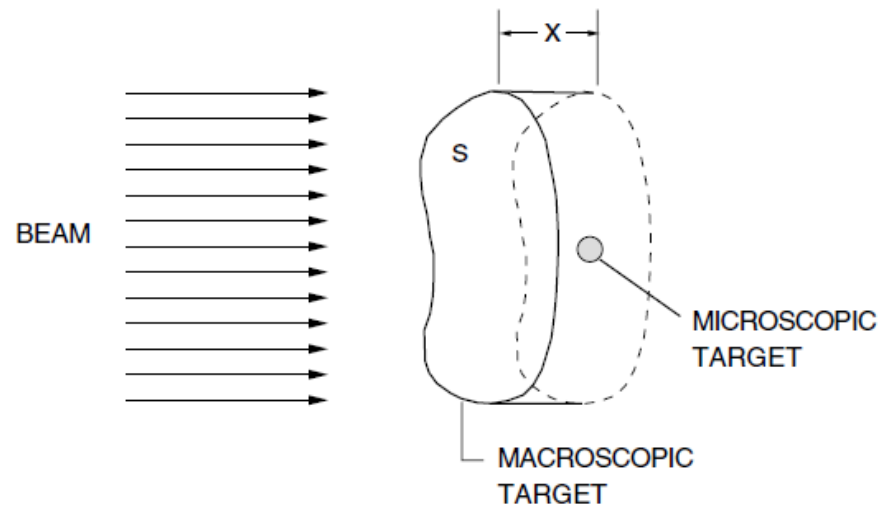
Section efficace: aire fictive que doit avoir une particule incidente pour reproduire la probabilité de collision observée avec une particule cible

Types de section efficace

- Définition d'une collision → interaction entre une particule incidente et une particule cible qui implique un effet spécifique mesurable → la valeur d'une section efficace ne dépend pas seulement des particules incidentes et cibles et de leur vitesse relative mais aussi du type d'effet physique étudié → sections efficaces de diffusion, d'absorption, d'ionisation, d'excitation,...
- Grand nombre de types de particules incidentes et de particules cibles → grand nombre de types d'interactions
- On peut aussi s'intéresser uniquement à une perte d'énergie donnée (si perte d'E) ou à une émission dans une direction donnée (si direction modifiée) → section efficace différentielle en énergie ou en angle ($d\sigma/dE$, $d\sigma/d\Omega$)

Définition statistique de la section efficace

- Pas possible de déterminer expérimentalement des sections efficaces microscopiques en bombardant un atome avec une seule particule → utilisation d'informations statistiques extraites d'un grand nombre de bombardement (faisceau) sur une cible macroscopique (milieu)



- Les projectiles du faisceau interagissent uniquement avec le milieu et pas entre eux

Section efficace \leftrightarrow probabilité

- Considérons un faisceau de particules avec une densité de courant J (unité: nombre de part. $\times s^{-1} \times m^{-2}$), un milieu cible (d'aire $S <$ à l'aire du faisceau \rightarrow interactions homogènes dans le milieu) et un processus d'interaction A avec une particule de la cible caractérisé par une section efficace $\sigma_A \rightarrow$ on obtient n_A , le nombre d'interactions A induits par le faisceau par unité de temps:

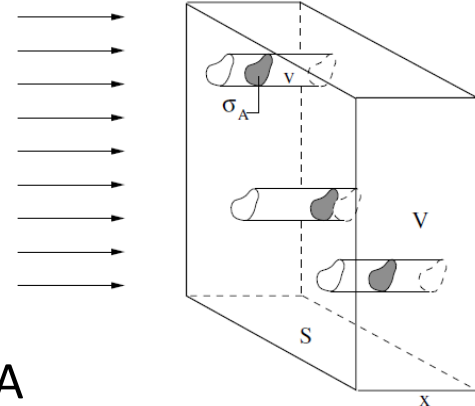
$$n_A = JS \times \frac{\sigma_A}{S} = J\sigma_A$$

- Pour un volume $V = Sx$ et N , la densité de particules cibles dans le milieu ($N \approx 10^{23}$ atomes/cm³), $n_A \rightarrow$

$$n_A = N \times Sx \times J\sigma_A = JS \times Nx\sigma_A$$

\Rightarrow

$$P_A = Nx\sigma_A \quad \text{pour} \quad Nx\sigma_A \ll 1$$



Collisions multiples (1)

- Si $Nx\sigma_A$ n'est pas petit \rightarrow collisions multiples possible
- Soit P_n , la probabilité pour le projectile d'initier précisément n événements A \rightarrow équivalent (dans la représentation géométrique) d'avoir n particules cibles dans le cylindre de volume $v = x\sigma_A$ associé à une trajectoire \rightarrow problème standard de la théorie cinétique des gaz
- P_n suit une distribution de Poisson \rightarrow

$$P_n = \frac{(Nv)^n}{n!} e^{-Nv}$$

$$\Rightarrow \langle n \rangle = Nv = Nx\sigma_A$$

Collisions Multiple (2)

$$\Rightarrow P_0 = e^{-Nx\sigma_A}$$

Loi de Lambert & Beer gouvernant les phénomènes d'absorption

Si $Nx\sigma_A \ll 1$

$$P_n \simeq \begin{cases} 1 - Nx\sigma_A & \text{pour } n = 0 \\ Nx\sigma_A & \text{pour } n = 1 \\ 0 & \text{pour } n \geq 2 \end{cases}$$

Libre parcours moyen

- Libre parcours moyen λ_A : distance moyenne entre 2 processus de type A

$$\lambda_A = \frac{1}{N\sigma_A}$$

- Pour des processus multiples A,B,C,... →

$$\begin{aligned}\sigma_{total} &= \sigma_A + \sigma_B + \sigma_C + \dots \\ \frac{1}{\lambda_{total}} &= \frac{1}{\lambda_A} + \frac{1}{\lambda_B} + \frac{1}{\lambda_C} + \dots\end{aligned}$$

Pouvoir d'arrêt

Le pouvoir d'arrêt (linéique) ou pouvoir de freinage linéique (en anglais: stopping power ou stopping force) d'une particule chargée d'énergie cinétique E dans un matériau est la perte d'énergie moyenne (ΔE) par unité de longueur subie par la particule le long de sa trajectoire (Δx) (unité: Jm^{-1} ou eVm^{-1}) \rightarrow
 $\Delta E/\Delta x$

Expression Mathématique du pouvoir d'arrêt (1)

- Considérons une cible d'épaisseur Δx petite (par rapport à la profondeur de pénétration du projectile) et un projectile d'énergie E
- les pertes d'énergie sont discrètes et prennent les valeurs T_j avec $j = 1, 2, \dots$ et $T_j \ll E \forall j$

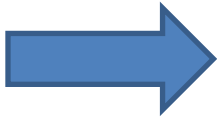
$$\Rightarrow \Delta E = \sum_j n_j T_j \quad \text{avec } n_j \text{ le nombre de collisions de type } j$$

$$\Rightarrow \langle \Delta E \rangle = \sum_j \langle n_j \rangle T_j \quad \text{avec } \langle n_j \rangle = N \Delta x \sigma_j$$

$$\Rightarrow \langle \Delta E \rangle = N \Delta x \sum_j T_j \sigma_j$$

Expression Mathématique du pouvoir d'arrêt (2)

$$S = \sum_j T_j \sigma_j \quad \text{: Section efficace d'arrêt}$$



$$\frac{\langle \Delta E \rangle}{\Delta x} = NS = N \sum_j T_j \sigma_j$$

- Pouvoir d'arrêt \rightarrow propriété macroscopique
- Section efficace d'arrêt \rightarrow propriété microscopique
- Deux grandeurs parfois confondues (unités différentes)

Paramètre de straggling (1)

- Les écarts quadratiques moyens de fluctuation en énergie se notent \rightarrow

$$\Omega^2 = \overline{(\Delta E - \langle \Delta E \rangle)^2}$$

- En considérant:

$$\Delta E - \langle \Delta E \rangle = \sum_j (n_j - \langle n_j \rangle) T_j$$

- On obtient \rightarrow

$$\overline{(\Delta E - \langle \Delta E \rangle)^2} = \sum_{j,l} \overline{(n_j - \langle n_j \rangle)(n_l - \langle n_l \rangle)} T_j T_l$$

Paramètre de straggling (2)

- Pour $j = l \rightarrow$ les propriétés de la distribution de Poisson \rightarrow

$$\overline{(n_j - \langle n_j \rangle)^2} = \langle n_j \rangle = N \Delta x \sigma_j$$

- Pour $j \neq l \rightarrow$ on transforme la moyenne du produit en produit des moyennes (indépendance statistique des \neq types de collision) \rightarrow

$$\overline{(n_j - \langle n_j \rangle)(n_l - \langle n_l \rangle)} = \overline{(n_j - \langle n_j \rangle)} \times \overline{(n_l - \langle n_l \rangle)}$$

comme $n_j - \langle n_j \rangle = 0 \rightarrow$ tous les termes avec $j \neq l$ valent 0

- On obtient donc

$$\Omega^2 = \sum_j \langle n_j \rangle T_j^2 = N \Delta x \sum_j T_j^2 \sigma_j = N \Delta x W$$

avec W , le paramètre de straggling qui caractérise les fluctuations en énergie et défini comme (paramètre microscopique)

$$W = \sum_j T_j^2 \sigma_j$$

Notation intégrale

- Spectre continu en perte d'énergie (collisions ionisantes,...) →

$$\sigma_j \rightarrow \frac{d\sigma}{dT} \Delta T_j$$

- Avec des ΔT_j suffisamment petits pour remplacer les sommes par des intégrales →

$$S = \int T d\sigma$$
$$W = \int T^2 d\sigma$$

avec $d\sigma = \frac{d\sigma}{dT} dT$

Cible épaisse

- Jusqu'ici Δx petit $\rightarrow E$ constant
- En général S et W dépendent de E
- Considérons que les fluctuations des pertes d'énergie sont négligeables \rightarrow l'énergie du projectile E est une fonction bien définie de la profondeur de pénétration $x \rightarrow E = E(x) \rightarrow$ approximation du ralentissement continue (« Continuous Slowing Down Approximation » - CSDA) \rightarrow

$$\frac{dE}{dx} = -NS(E)$$

- Le signe - tient compte de la diminution de l'énergie du projectile

Parcours (« range ») des particules chargées

- Le parcours R d'une particule chargée d'énergie E dans un milieu est la valeur moyenne $\langle l \rangle$ de la longueur l de sa trajectoire suivie jusqu'à son arrêt (sans tenir compte du mouvement thermique)

- En CSDA \rightarrow

$$x = \int_{E(x)}^E \frac{dE'}{NS(E')}$$

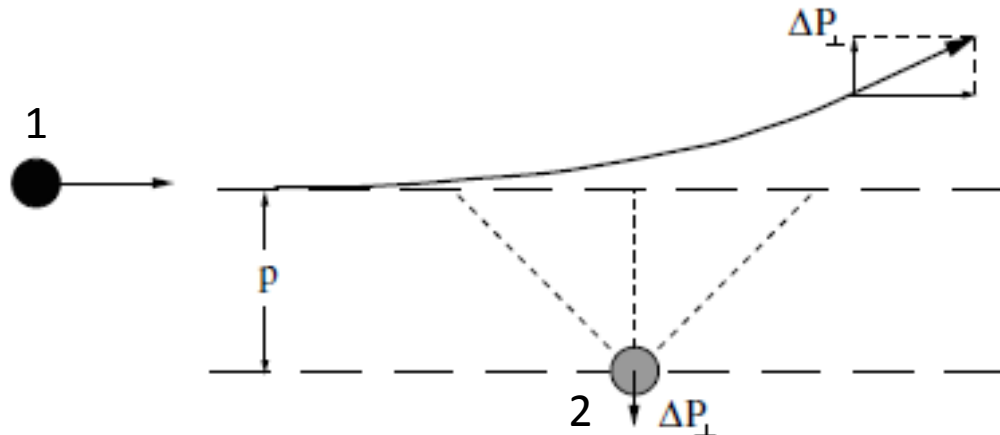
- Le parcours en SCDA, R_{CSDA} , est donné pour $x = l$ avec $E(l) = 0 \rightarrow$

$$R_{CSDA} = \int_0^E \frac{dE'}{NS(E')}$$

- Cette expression est valable pour un straggling en énergie négligeable

Modèle classique du pouvoir d'arrêt

- Modèle établi en 1913 par Niels Bohr → sans mécanique quantique, non-relativiste → incroyablement correct (pour une certaine plage d'énergie)
- Considérons un projectile de charge e_1 , de masse m_1 , de vitesse v (non-relativiste) et une particule cible de charge e_2 , de masse m_2 , initialement au repos → diffusion (« scattering ») de Coulomb avec un paramètre d'impact p (distance entre le trajectoire initiale de 1 et 2) supposé pas trop petit: « soft collision »



Transfert de quantité de mouvement (1)

- On suppose que la particule cible reçoit une quantité de mouvement faible \rightarrow peut être considérée au repos durant l'interaction
- Le transfert de quantité de mouvement se note (en unités gaussiennes: CGS) \rightarrow

$$\overline{\Delta \vec{P}} = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \overline{\vec{F}}(t)$$

$$\text{avec } F(t) = \frac{e_1 e_2}{p^2 + (vt)^2}$$

Transfert de quantité de mouvement (2)

- En décomposant la force \rightarrow

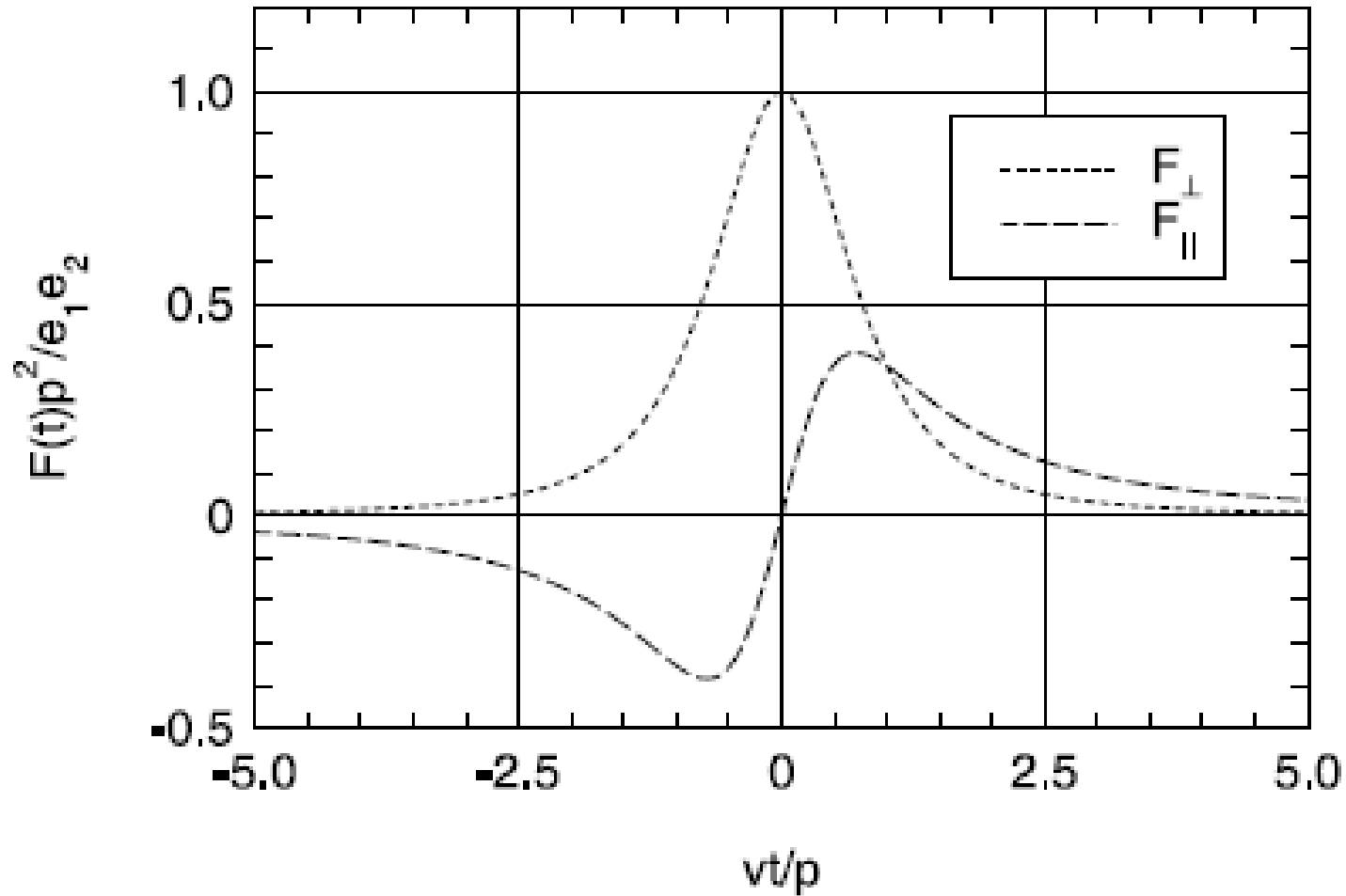
$$\vec{F} = F_{\parallel} \vec{1}_{\parallel} + F_{\perp} \vec{1}_{\perp}$$

- On obtient les composantes \parallel et \perp du transfert de quantité de mouvement \rightarrow

$$\Delta P_{\parallel} = e_1 e_2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt \frac{vt}{(p^2 + (vt)^2)^{3/2}} = 0$$

$$\Delta P_{\perp} = e_1 e_2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt \frac{p}{(p^2 + (vt)^2)^{3/2}} = \frac{2|e_1 e_2|}{pv}$$

Dépendance temporelle de la force



Durée de la collision

- La durée de la collision τ peut être approximée par \rightarrow

$$\Delta P_{\perp} \simeq F_{max} \tau$$

avec $F_{max} = e_1 e_2 / p^2$, la force pour la distance minimale d'approche (p en $t = 0$)

- La durée d'interaction vaut donc \rightarrow

$$\tau \simeq \frac{2p}{v}$$

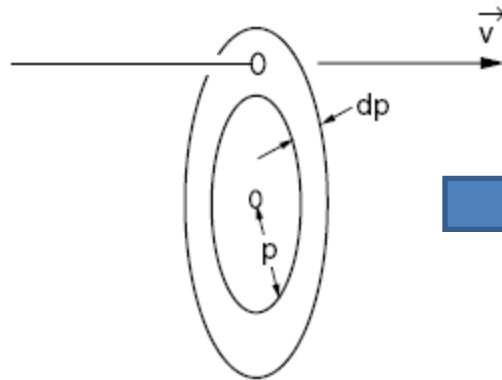
- Les 2 particules interagissent de manière effective sur une distance de $2p$ le long de la trajectoire de la particule incidente

Section efficace dans le modèle classique (1)

- L'énergie T transférée de 1 vers 2 \rightarrow

$$T = \frac{\Delta P_{\perp}^2}{2m_2} \simeq \frac{2e_1^2 e_2^2}{m_2 v^2 p^2}$$

- T dépend d'un seul paramètre aléatoire: $p \rightarrow$ le nombre de collisions caractérisées par un transfert d'énergie compris entre T et $T + dT$ est égal au nombre de collisions caractérisées par un paramètre d'impact entre p et $p + dp$
- La section efficace du projectile $d\sigma$ doit donc être l'aire de l'anneau



$$d\sigma = 2\pi p dp = \left| \frac{d(\pi p^2)}{dT} \right| dT$$

Section efficace dans le modèle classique (2)

- On trouve donc

$$d\sigma \simeq 2\pi \frac{e_1^2 e_2^2}{m_2 v^2} \frac{dT}{T^2}$$

- C'est une version exacte de la section efficace de Rutherford pour la diffusion coulombienne

Résultats préliminaires pour le stopping et le straggling

$$S = \int T d\sigma \quad \longrightarrow \quad S \simeq 2\pi \frac{e_1^2 e_2^2}{m_2 v^2} \int_{T_{max}}^{T_{min}} \frac{dT}{T}$$
$$W = \int T^2 d\sigma \quad \longrightarrow \quad W \simeq 2\pi \frac{e_1^2 e_2^2}{m_2 v^2} \int_{T_{max}}^{T_{min}} dT$$

$$S \simeq 2\pi \frac{e_1^2 e_2^2}{m_2 v^2} \ln \left(\frac{T_{max}}{T_{min}} \right)$$

$$W \simeq 2\pi \frac{e_1^2 e_2^2}{m_2 v^2} (T_{max} - T_{min})$$

$$\longrightarrow S \simeq 4\pi \frac{e_1^2 e_2^2}{m_2 v^2} L \quad \text{avec } L, \text{ le nombre d'arrêt} \\ \text{ (« stopping number ») } \rightarrow L = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{T_{max}}{T_{min}} \right)$$

Résultats préliminaires pour le stopping

électrons de la cible (e): densité: NZ_2 , masse: m et charge: $-e$

noyaux de la cible (n): densité: N , masse: M_2 et charge: Z_2e

$$S_e = \frac{4\pi e_1^2 e^2}{mv^2} L_e \Rightarrow \langle \Delta E \rangle_e \simeq NZ_2 \Delta x \times \frac{4\pi e_1^2 e^2}{mv^2} L_e$$

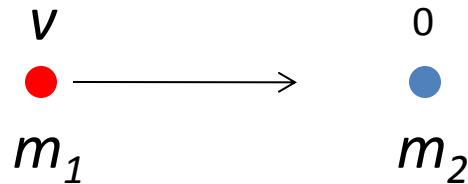
$$S_n = \frac{4\pi e_1^2 Z_2^2 e^2}{M_2 v^2} L_n \Rightarrow \langle \Delta E \rangle_n \simeq N \Delta x \times \frac{4\pi e_1^2 Z_2^2 e^2}{M_2 v^2} L_n$$

$$\Rightarrow \frac{\langle \Delta E \rangle_n}{\langle \Delta E \rangle_e} \simeq \frac{m}{M_2} Z_2 \frac{L_n}{L_e} \quad \text{or} \quad \frac{mZ_2}{M_2} < 10^{-3} \Rightarrow$$

Rôle dominant du pouvoir d'arrêt électronique excepté pour $L_e \simeq 0$ (ce qui se produit aux faibles énergies)

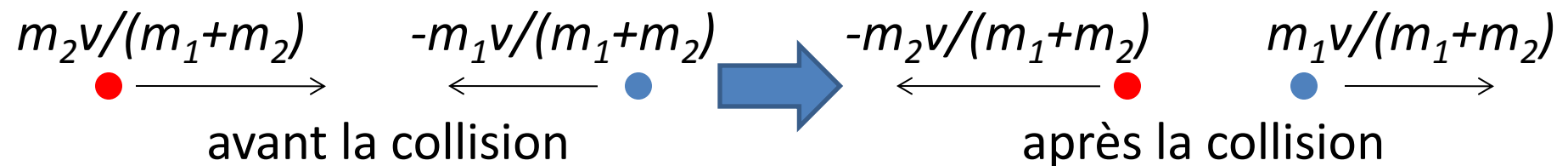
Détermination de T_{max} (1)

- On a T_{max} pour $p = 0 \rightarrow$ certainement pas soft collision mais ici seule une limite maximale est recherchée
- Dans le système du laboratoire \rightarrow



- Dans le système du centre de masse (') \rightarrow

$$v_{CM} = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2} \quad v' = v - v_{CM}$$



Collision élastique dans CM \rightarrow modification de la direction des particules dans CM

Détermination de T_{max} (2)

- $v_{2,max}$ pour la particule 2 (dans le système du laboratoire) →

$$v_{2,max} = \frac{2m_1 v}{m_1 + m_2}$$

- L'énergie maximale transférée vaut donc →

$$T_{max} = \frac{m_2 v_{2,max}^2}{2} = \gamma E$$

avec

$$\gamma = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \quad \text{et} \quad E = \frac{m_1 v^2}{2}$$

Implications de T_{max}



Pour $m_1 = m_2 \rightarrow \gamma = 1$

Pour $m_1 \ll$ ou $\gg m_2 \rightarrow \gamma$ petit



électron/électron: grand transfert d'énergie possible
électron/ion ou ion/électron: petit transfert d'énergie
ion/ion: grand transfert d'énergie possible

Détermination de T_{min} (1)

- Le stopping électronique étant dominant \rightarrow détermination de T_{min} pour une collision avec un électron
- Pour un électron isolé et libre $\rightarrow T_{min} = 0 \rightarrow$ divergence logarithmique de la section efficace de stopping \rightarrow deux manières de lever la divergence \rightarrow
 1. Considérer que les e^- sont liés à un atome ou à une molécule dans le milieu d'arrêt
 2. Considérer l'écrantage de l'interaction de Coulomb
- Ici $\rightarrow e^-$ liés considérés
- Modèle simple de Thomson $\rightarrow T_{min}$ est égale à l'énergie d'excitation la plus faible
- Modèle de Bohr plus proche du résultat quantique

Détermination de T_{min} (2)

- La matière est assimilée à une collection d'oscillateurs harmoniques \rightarrow électron = oscillateur harmonique classique de pulsation ω_0 (période de l'oscillateur: $2\pi/\omega_0$)
- Si le choc est lent ($\tau \gg 2\pi/\omega_0$) \rightarrow l'oscillateur harmonique subit une modification adiabatique et le transfert d'énergie devient négligeable (invariance adiabatique) \rightarrow l'orbite de l'électron n'est que provisoirement déformée: les états initial et final sont les mêmes
- Si l'interaction se produit dans un intervalle de temps court par rapport à la période ($\tau \ll 2\pi/\omega_0$) \rightarrow l'oscillateur reçoit une impulsion $\sim F \times \tau$

Détermination de T_{min} (3)

- Avec la condition $\tau \ll 2\pi/\omega_0 \rightarrow$

$$\frac{2p}{v} \ll \frac{2\pi}{\omega_0} \Rightarrow p_{max} \sim \frac{v}{\omega_0} \Rightarrow T_{min} \sim \frac{2e_1^2 e_2^2 \omega_0^2}{mv^4}$$

$$\text{avec } T \simeq \frac{2e_1^2 e_2^2}{mv^2 p^2}$$

- p_{max} est appelé le rayon adiabatique de Bohr

Section efficace de stopping électronique: Modèle de Bohr

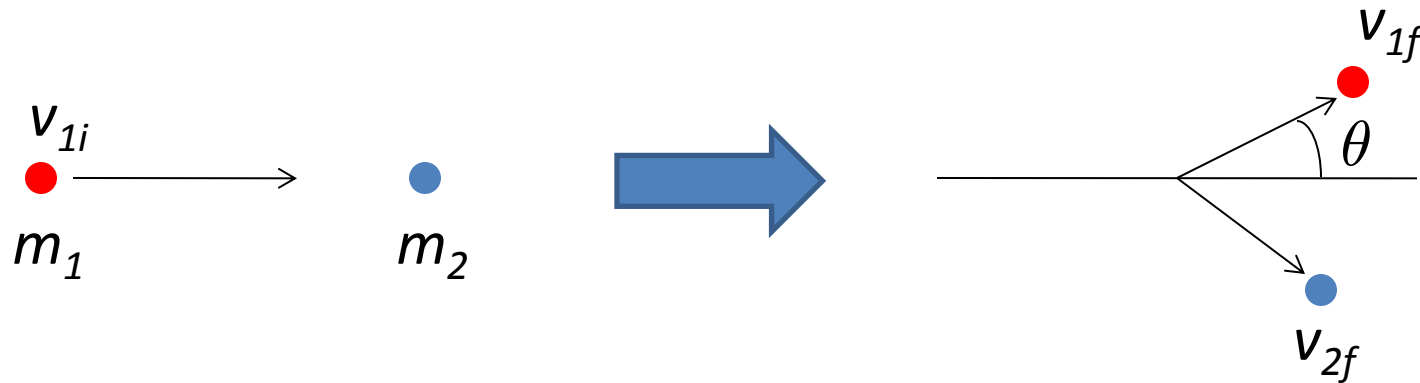
$$S_e = \frac{4\pi Z_2 e_1^2 e^2}{mv^2} L_e$$

avec $L_e = \ln \frac{Cmv^3}{|e_1 e| \omega_0}$ et $C \simeq 1$

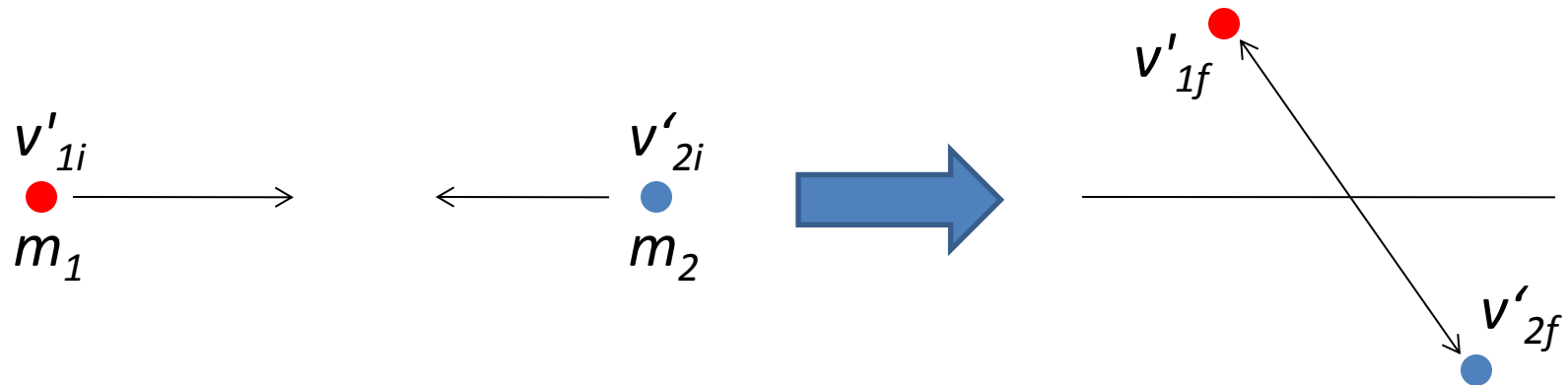
avec $L = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{T_{max}}{T_{min}} \right)$

Déviations angulaires maximales (1)

- Considérons d'abord $m_2 \leq m_1$
- Considérons le référentiel du laboratoire \rightarrow




- Considérons le référentiel du centre de masse ($'$) \rightarrow



Déviatation angulaire maximale (2)

- Dans le référentiel du centre de masse (CM) \rightarrow

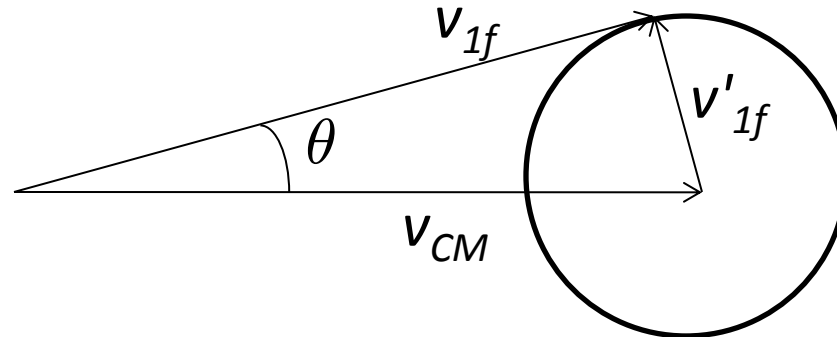
$$v_{CM} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} \quad \text{et} \quad v' = v - v_{CM}$$


$$v'_{1i} = v_{1i} - v_{CM} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

- Collision élastique dans le CM \rightarrow modification de la direction des particules $\rightarrow v'_{1f} = v'_{1i} \rightarrow$

$$v'_{1f} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

Déviations angulaire maximale (3)



- Puisque v_{CM} est fixé et que v'_{1f} peut prendre n'importe quelle orientation \rightarrow on doit trouver l'orientation de v'_{1f} telle que θ est maximum \rightarrow

$$\sin \theta_{max} = \frac{v'_{1f}}{v_{CM}} = \frac{m_2}{m_1}$$

- Si $m_2 \geq m_1 \rightarrow \theta_{max} = \pi$

Déviations angulaires maximales (4)

électron/électron: grandes déviations possibles $\theta_{\max} = \pi/2$

électron/ion: très grandes déviations possibles $\theta_{\max} = \pi$

ion/électron: petites déviations

ion/ion: grande déviations possibles (dépendant de m_1 et m_2)

Conclusions à propos de ces considérations de base (1)

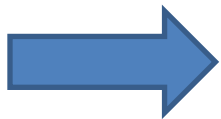
- Pour des ions incidents →
 - Les pertes électroniques dominant
 - petits transferts d'énergie
 - petites déviations angulaires
 - Les pertes nucléaires (dus aux collisions avec les noyaux) sont rares
 - se produisent seulement pour un petit nombre de projectiles (et seulement pour de faibles énergies)
 - grands transferts d'énergie possibles
 - grandes déviations angulaires



Trajectoire rectiligne accompagnée de pertes d'énergie faibles et continues

Conclusions à propos de ces considérations de base (2)

- Pour des électrons incidents →
 - Les pertes électroniques dominant
 - grands transferts d'énergie possibles
 - grandes déviations angulaires possibles
 - Les pertes nucléaires
 - très petits transferts d'énergie
 - très grandes déviations angulaires possibles (rétrodiffusion – « backscattering »)



Trajectoire courbée accompagnée de grandes pertes d'énergie (potentiellement)