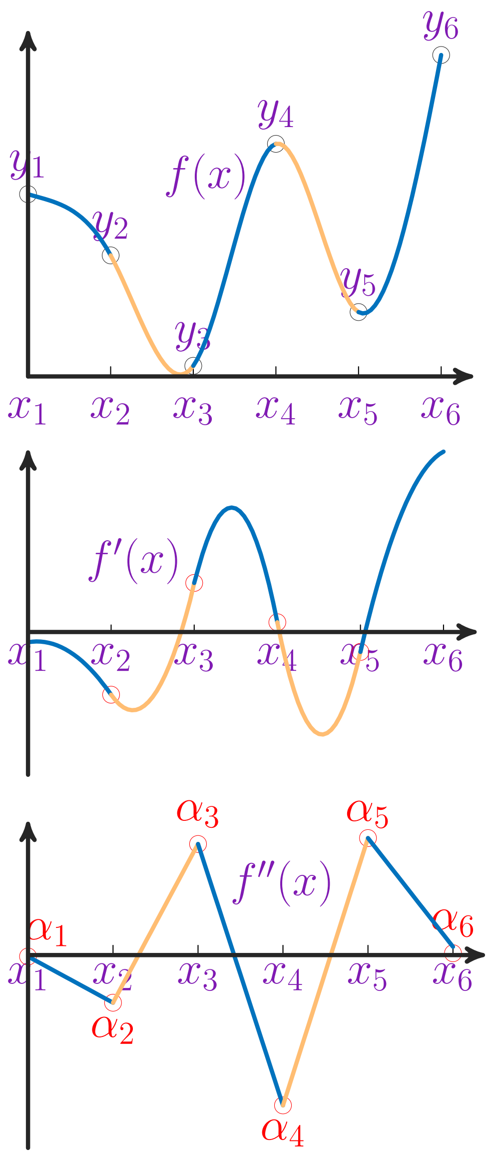
Splines cubiques : résumé

(représentation graphique)



(polynôme sur l'intervalle $]x_i, x_{i+1}[$, $i = 1, \ldots, m-1$; on note $h_i = x_{i+1} - x_i$)

$$f(x) = \alpha_i \frac{(x_{i+1}-x)^3}{6h_i} + \alpha_{i+1}\frac{(x-x_i)^3}{6h_i} + \beta_i(x-x_i) + \gamma_i$$

$$f'(x) = -\alpha_i \frac{(x_{i+1}-x)^2}{2h_i} + \alpha_{i+1}\frac{(x-x_i)^2}{2h_i} + \beta_i$$

$$f''(x) = \alpha_i \frac{x_{i+1}-x}{h_i} + \alpha_{i+1}\frac{x-x_i}{h_i}$$

(conditions)

1. $f(x_i^+) = y_i$

   $\Rightarrow \quad \gamma_i = y_i - \alpha_i \dfrac{h_i^2}{6}$

2. $f(x_{i+1}^-) = y_{i+1}$

   $\Rightarrow \quad \beta_i = \dfrac{y_{i+1}-y_i}{h_i} - (\alpha_{i+1}-\alpha_i)\dfrac{h_i}{6}$

3. on a automatiquement

   $f(x_i^-) = y_i = f(x_i^+)$

4. $f'(x_i^-) = f'(x_i^+)$ implique

   $$\underbrace{-\alpha_i\frac{h_i}{2} + \beta_i}_{f'(x_i) \text{ sur }]x_i, x_{i+1}[} = \underbrace{\alpha_i\frac{h_{i-1}}{2} + \beta_{i-1}}_{f'(x_i) \text{ sur }]x_{i-1}, x_i[}$$

5. on a automatiquement

   $f''(x_i^-) = \alpha_i = f''(x_i^+)$

Nombre d'inconnues : $\alpha_i \Rightarrow m$, $\beta_i \Rightarrow m-1$, $\gamma_i \Rightarrow m-1$,
avec m le nombre d'abscisses .

Nombre d'équations : cond. 1. $\Rightarrow m-1$, cond. 2. $\Rightarrow m-1$, cond. 4. $\Rightarrow m-2$.

Bilan : il manque 2 équations