

ANALYSE NUMÉRIQUE
Travaux Pratiques 2024 – 2025
Séance 10

1. Soit le problème de Cauchy

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt}(t) &= y(t) \cos(t) + \sin(y(t)), \quad t \in [0, 10], \\ y(0) &= 1. \end{cases}$$

- a) Montrez que ce problème possède une et une seule solution.
- b) Déterminez cette solution avec les méthodes d'Euler progressive et rétrograde. Vous pouvez utiliser les instructions `fzero` ou `fsolve` pour la résolution d'équations non linéaires.
- c) Aidez-vous de cet exemple pour vérifier expérimentalement l'ordre des méthodes d'Euler.

2. La vitesse $v(t)$ d'un objet en chute libre dans l'air peut être modélisée par

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt}(t) &= g - \gamma v(t)|v(t)|, \quad t \in [0, 5], \\ v(0) &= 0, \end{cases}$$

où le premier terme de l'équation différentielle (avec $g = 9.8$) correspond à la force de la pesanteur et le second modélise la résistance de l'air. Déterminez la solution du problème pour $\gamma = 0.1$ avec les méthodes d'Euler progressive et celle de Heun. L'allure de la solution approchée est-elle plausible ?

3. Etudiez la stabilité de la méthode de Crank-Nicolson (une étude similaire pour les méthodes d'Euler est faite dans le Chapitre 8).